INVESTIGACIÓN OPERATIVA

M.B.A. Edison Rodríguez Yar
Mgs. César Lara
Mgs. Xavier Zambrano
Mgs. Nicolás Rosero

Ciencia Latina Internacional
REDALAC
Asociación Latinoamericana para el avance de las ciencias ALAC
CID editorial
REDIB
Crossref

Mayo 2023 – CID - Centro de Investigación y Desarrollo
Copyright © CID - Centro de Investigación y Desarrollo
Copyright del texto © 2023 de Autores
libros.ciencialatina.org
editorial@ciencialatina.org
Atención por WhatsApp al +52 22 2690 3834
Pilar - Paraguay

Datos Técnicos de Publicación Internacional
Título: Investigación Operativa. **Autor:** Edison Robinson Rodríguez Yar, César Augusto Lara Ascuntar, Washington Xavier Zambrano Chávez, Nicolás Andrés Rosero Plaza. **Revisión por pares (Interna):** Alexis Alcides Pérez Viamontes, Mauricio Javier Tito Espinoza. **Instituto Superior Tecnológico ITCA, Ibarra- Ecuador** **Editor:** CID - Centro de Investigación y Desarrollo **Diseño de tapa:** CID - Centro de Investigación y Desarrollo **Corrección de Estilo:** CID - Centro de Investigación y Desarrollo **Formato:** PDF **Páginas**: 119 pag. **Tamaño:** Sobre C5 162 x 229 mm **Requisitos de sistema:** Adobe Acrobat Reader **Modo de acceso:** World Wide Web **ISBN:** 978-99989-64-14-3 **DOI:** https://doi.org/10.37811/cli_w876

1ª. Edición. Año 2023. Editorial CID - Centro de Investigación y Desarrollo.

El contenido del libro y sus datos en su forma, corrección y fiabilidad son responsabilidad exclusiva de los autores. Permite la descarga de la obra y compartir siempre que los créditos se atribuyan a los autores, pero sin la posibilidad de cambiarlo de cualquier forma o utilizarlo con fines comerciales

Prohibida su reproducción por cualquier medio.
Distribución gratuita

INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Carreras	Período académico
Administración	IV
Informática	V
Diseño de Base de Datos	III

Autores:
M.B.A. Edison Rodríguez Yar
Mgs. César Lara
Mgs. Xavier Zambrano
Mgs. Nicolás Rosero

Índice

Introducción 6

Lineamientos generales del modelo educativo institucional 10

Competencias generales 10

Competencias específicas 10

Resultados de aprendizaje desarrollados por la asignatura 12

Bibliografía 13

Básica 13

Complementaria 13

Referencias electrónicas 13

Orientaciones generales para el estudio 15

Proceso de enseñanza – aprendizaje para el logro de resultados de aprendizaje 17

Planificación del trabajo para el alumno 18

Sistema de evaluación 20

Orientaciones específicas por unidades 21

Unidad 1: introducción a la investigación de operaciones 21

Desarrollo de contenidos Unidad 1 21

Generalidades 21

Origen y evolución dela investigación operativa 23

Fases de la investigación operativa 23

Metodología de la i. O. 27

Decisiones 28

Construcción de modelos matemáticos.....31
Problemas de aplicación. 31
Actividades de la unidad 1.....36
Autoevaluación Unidad 1 39
Unidad 2: programación lineal 42
Desarrollo de contenidos Unidad 2.....42
Generalidades.....42
Objetivos y aplicaciones 44
Conceptos básicos.....44
El problema general de la p.l. 45
Problemas de aplicación 48
Actividades de la unidad 2.....58
Autoevaluación Unidad 2 60
Unidad 3: el método simplex 63
Desarrollo de contenidos Unidad 3.....63
Introducción 63
¿Para qué sirve el método simplex?.....64
Importancia del método simplex.....64
Ventajas del método simplex.....65
Desventajas del método simplex.....65
Variables de holgura y exceso 66
Variable artificial / método de la "m" 66
La forma estándar 67
La tabla simplex.....68

Ejemplo Didáctico para maximización: 70
Ejemplo Didáctico para minimización 82
Actividades de la unidad 3 91
Autoevaluación Unidad 3 91
Unidad 4: el método pert – cpm 94
Desarrollo de contenidos Unidad 3 94
Introducción 94
Construcción de una red pert 96
Requerimiento de información 97
Tiempos de actividad conocidos 97
Ejemplo pedagógico: 97
La ruta crítica 98
Holgura y ruta crítica 100
Actividades de la unidad 4 102
Autoevaluación Unidad 4 102
Solucionario 105
Glosario 108
Anexos 111
Anexo 1: algunas ideas que resumen la investigación de operaciones 111
Anexo 2: otros ejercicios resueltos de programación lineal 116

Introducción

La asignatura de Investigación Operativa se encuentra ubicada en el cuarto período académico de la carrera de Tecnología Superior en Administración; en el sexto período académico de la carrera de Tecnología Superior en Administración de Empresas y; en el quinto período académico de la carrera de Tecnología Superior en Informática. Esta asignatura en todas las carreras pertenece a la Unidad de organización curricular profesional.

Al término de la asignatura, el estudiante debe: Utilizar modelos matemáticos, estadística y algoritmos para maximizar los beneficios o minimizar el uso de recursos empresariales, para aportar al proceso de toma de decisiones, objetivo que se verá reflejado en el cumplimiento de los resultados de aprendizaje planteados para cada unidad de estudio; así: deberá describir las variables que intervienen en el modelo matemático para la solución de problemas; Utilizar la programación lineal para la solución de problemas de maximización de utilidades y minimización en el uso de recursos empresariales; emplear el modelo de redes para descubrir la ruta crítica en la administración de proyectos y, como resultado de aprendizaje actitudinal, Acepta la necesidad de optimizar los recursos empresariales para generar empresas eficientes.

El logro de estos resultados de aprendizaje, permite que la

Investigación de Operaciones como ciencia tenga importancia de su estudio ya que, hoy en día y desde hace algunas décadas ha sido una herramienta de máxima efectividad que ayuda en diversas áreas, pero especialmente en la Administración de organizaciones en la aplicación del método científico a problemas reales, relacionados con problemas organizacionales, con el objetivo de producir soluciones que ayuden a dos cosas: maximizar las ganancias, utilidades y la satisfacción de nuestros clientes y/o minimizar costos, distancias y tiempos como recursos de la empresa.

En este contexto, la asignatura en su unidad uno prevé el estudio de los conocimientos teóricos básicos que van desde los conceptos hasta el proceso general que utiliza la IO en la construcción y solución de modelos matemáticos. La unidad dos engloba el estudio de la programación lineal en el uso de los métodos algebraico y gráfico para la solución de problemas de maximización de utilidades y minimización en el uso de recursos empresariales.

La unidad tres engloba el estudio del método simplex para la solución de problemas de maximización de utilidades y minimización en el uso de recursos empresariales y, finalmente, la unidad cuatro, engloba el uso de redes PERT en la determinación de la ruta crítica para la administración de proyectos empresariales.

Para finalizar, como profesores de la asignatura estamos con

toda la predisposición para ayudarle a llevar con éxito los aprendizajes de esta asignatura, realice las actividades propuestas en cada unidad y utilice el texto guía propuesto. Recuerde que usted quiere, puede y por lo tanto debe aprobar esta asignatura. **ADELANTE Y MUCHOS ÉXITOS**.

Lineamientos generales del modelo educativo institucional

Competencias generales

La asignatura de Investigación Operativa (IO), al igual que las demás asignaturas que conforman las mallas curriculares de las carreras que oferta el instituto, al finalizar su formación profesional, aportará para que los tecnólogo/a graduados, desarrollen las siguientes capacidades genéricas:

- Comunicarse eficazmente en un medio social y laboral normalizado,
- Asumir obligaciones morales en la búsqueda del bien común,
- Innovar y producir una transformación en procesos o servicios en el ámbito de su profesión y,
- Habilidad para buscar, comprender, analizar información y utilizarla en situaciones nuevas.

Competencias específicas

La asignatura de IO, aportará en la formación profesional de los tecnólogo/a en administración y administración de empresas, en el desarrollo de la siguiente capacidad específica de la profesión:

- **Mejorar los procesos administrativos de la empresa**.

Así mismo, para la carrera de diseño y gestión de base de datos e informática, el aporte será en la siguiente capacidad específica:

- **Aplicar conocimiento de ciencias básicas en el diseño y gestión de base de datos a través de tecnología de la información**.

Resultados de aprendizaje desarrollados por la asignatura

LOGRO O RESULTADO DE APRENDIZAJE (Corresponde a los objetivos específicos, directamente relacionados con lo que el estudiante sea capaz de hacer al término de Una unidad académica)	**Tipo de resultado/objetivo**	**UNIDAD ACADÉMICA**
1. Describe las variables que intervienen en el modelo matemático para la solución de problemas.	Cognitivo	UNIDAD 1: Introducción a la investigación de operaciones (IO)
2. Utiliza la programación lineal para la solución de problemas de maximización de utilidades y minimización en el uso de Recursos empresariales.	Procedimental	UNIDAD 2: Programación lineal (PL)
3. Aplica el método simplex para la optimización de utilidades y minimizar recursos empresariales.	Procedimental	UNIDAD 3: El método simplex
4. Emplea el modelo de redes para descubrir la ruta crítica en la administración de proyectos.	Procedimental	UNIDAD 4: El método PERT-CPM
5. Acepta la necesidad de optimizar los recursos empresariales para generar empresas eficientes.	Actitudinal	Eje transversal en todas las unidades

Nota: La información presentada en este libro fue tomada de las fuentes Referenciadas en la Bibliografía.

Bibliografía

Básica

✓ Anderson, D. Y otros: **Métodos Cuantitativos para los negocios,** editorial THOMSON, México, 2011.

Este texto consta de 3 partes, en la primera, el autor hace hincapié al **modelamiento y optimización** dentro del cual utilizaremos los subtemas de introducción al análisis y construcción de modelos, introducción a la programación lineal, solución a problemas de programación lineal y temas especiales de la programación matemática. La parte dos refiere a **análisis de decisión** y, la parte tres hace notar las **áreas de aplicación**, dentro de la cual necesitaremos el subtema de redes PERT.

Complementaria

✓ Hamdy, T: **Investigación Operativa,** editorial PEARSON, México, 2012. Disponible en: https://jrvargas.files.wordpress.com/2009/01/investigacic3b3n-de-operaciones-9na-edicic3b3n-hamdy-a-taha-fl.pdf

Referencias electrónicas

✓ Introducción a la investigación operativa [pdf en línea] disponible en: https://www.uv.es/martinek/material/Tema1.pdf [consulta 29-03-2020].

✓ Antecedentes de la Investigación de operaciones [video en línea] disponible en: https://www.youtube.com/watch?V=viawgovefei [consulta 2-04-2020].

✓ Programación lineal, teoría y ejercicios [Video en línea] disponible en: https://www.youtube.com/watch?V=yoqpjiiul3g [consulta en línea 2-04-2020].

Orientaciones generales para el estudio

Estimados estudiantes, en mi calidad de docente de la asignatura de investigación de operaciones, les doy la más cordial bienvenida a introducirse en el fabuloso mundo de la investigación de operaciones donde los administradores y profesionales de la informática utilizan las matemáticas y las computadoras para tomar decisiones racionales en la resolución de problemas de la empresa.

Para el estudio de la asignatura de investigación de operaciones, se utilizará el libro "Métodos Cuantitativos para los negocios" descrito en la bibliografía básica, donde usted como estudiante podrá hacer consultas y resolver los ejercicios que hacen referencia a la introducción al análisis y construcción de modelos, introducción a la programación lineal, solución a problemas de programación lineal, redes PERT, entre otros.

El aprendizaje de la asignatura de investigación operativa, demanda de usted de la asignación de un tiempo regular durante cada semana, mismo que deberá ser utilizado en la resolución de las actividades propuestas en esta guía, revisión y lectura obligatoria de los documentos electrónicos y tareas colocados por el docente en la plataforma virtual y, de la resolución de ejercicios propuestos en la guía, plataforma o en encuentros presenciales.

Es muy importante que usted haga uso correcto y obligatorio

de la plataforma virtual, todas las tareas serán receptadas exclusivamente por este medio donde se procederá a evaluar; todas las tareas que demuestren novedades en su presentación dispondrán de un comentario que será visible en la plataforma exclusivamente para cada estudiante.

Finalmente, para evaluar la asignatura se prevé la asignación de cinco notas por cada parcial, que provendrán de la calificación de tareas, proyecto de investigación, avaluaciones formativas y evaluaciones objetivas.

Proceso de enseñanza – aprendizaje para el logro de resultados de aprendizaje

Planificación del trabajo para el alumno

RESULTADOS DE APRENDIZAJE	UNIDADES DE ESTUDIO	TIEMPO ESTIMADO (Horas)	ACTIVIDADES PARA EL APRENDIZAJE	RECURSOS	EVALUACIÓN
1. Describe las variables que intervienen en el modelo matemático para la solución de Problemas empresariales.	**INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES (IO)**	15	**En contacto con el docente (encuentro presencial)** 1. Clases presenciales. 2. Exposición del estudiante 3. Taller Aprendizaje práctico-experimental 1. Aplicación de contenidos conceptuales Aprendizaje autónomo 1. Preparación de presentación.	1. Pizarra 2. Textos guía y complementario 3. Aula Virtual 4. Internet 5. TIC`s 6. Material digital e impreso.	1. Presentación en powerpoint 2. Exposición:
2. Utiliza la programación Lineal para la solución de problemas de maximización de utilidades y minimización en el uso de recursos empresariales	**PROGRAMACIÓN LINEAL (PL)**	45	**En contacto con el docente (encuentro presencial)** 1. Clases presenciales 2. Resolución de ejercicios de PL para maximización y minimización. Aprendizaje práctico-experimental 1. Resolución de proyectos prácticos Aprendizaje autónomo 1. Elaboración de informe del proyecto práctico..		1. Informe del proyecto De práctica. 2. Resolución de ejercicios. 3. Prueba de desarrollo

3. Aplica el método simplex para la optimización de utilidades y minimizar recursos empresariales.	**EL MÉTODO SIMPLEX**	**30**	**En contacto con el docente (encuentro presencial)** 1. Clases presenciales 2. Taller 3. Resolución de ejercicios Aprendizaje práctico-experimental 1. Replicación de método Aprendizaje autónomo 1. Lectura.		1. Resolución de ejercicios de maximización y minimización
4. Emplea el modelo de Redes para descubrir la ruta crítica en la administración De proyectos	**EL MÉTODO PERT-CPM.**	**22,5**	**En contacto con el docente (encuentro presencial)** 1. Clases presenciales 2. Resolución de ejercicios Aprendizaje práctico-experimental 1. Resolución de proyecto práctico Aprendizaje autónomo Escritura académica: Ensayo		1. Informe del proyecto 2. Prueba de desarrollo.
5. Acepta la necesidad de optimizar los recursos empresariales para generar empresas Eficientes.	**Interpretación asociada de uso de la PL, SIMPLEX y REDES PERT.**	**7,5**	**En contacto con el docente (encuentro presencial)** 1. Taller Aprendizaje práctico-experimental 1. Elaboración de ensayo Aprendizaje autónomo 1. Lectura		1. Ensayo

Sistema de evaluación

La evaluación se planifica en función de los resultados de aprendizaje planeados, de manera que las tareas, criterios, instrumentos y tipo de evaluación permitan su valoración para retroalimentación y promoción. (RODRIGUEZ, 2019). P89.

Acorde a lo anterior, la calificación en cada bimestre resultará del promedio de: tres aportes provenientes de las diferentes tareas y pruebas de desarrollo generadas por los estudiantes más el trabajo de investigación y más la evaluación de fin de bimestre. La calificación promedio (valor de la parcial) en cada bimestre que contenga décimas de punto serán calculadas por el sistema académico hasta con dos decimales.

Al finalizar el período académico el estudiante deberá rendir un examen de logros de aprendizaje también valorado sobre 10 puntos que deberá consignarse en el sistema académico con no más de dos decimales. Así mismo el docente registrará en el mismo sistema el porcentaje de asistencia de cada estudiante.

Unidad 1: introducción a la investigación de operaciones

Desarrollo de contenidos Unidad 1

Generalidades

La Investigación Operativa es una técnica o, mejor, conjunto de técnicas que han surgido para coordinar la teoría con la práctica, para ayudar a resolver los problemas cada vez más complicados que surgen en la empresa.

Muchos de los avances de la Investigación Operativa se han debido a que se encontraron nuevas técnicas matemáticas, el desarrollo de la COMPUTACIÓN, y, sobre todo, métodos

más abreviados de cálculo numérico, que han hecho factibles las soluciones a problemas que hace unos años se consideraban fuera de nuestras posibilidades. Un caso, quizá el que más se ha popularizado, es el de la **programación lineal**.

Una de las razones principales que hacen indispensable esta ciencia es que tiene que resolver cuestiones que se refieren a la Empresa como totalidad.

La Investigación Operativa es una ciencia considerada en formación, de ahí que no existe un concepto generalizado, y quizá por ello, están surgiendo muchas inquietudes, pues, se pueden plantear y resolver problemas en una amplia gama de actividades, originando frecuentemente más y nuevas posibilidades de acción práctica en esta materia.

Estas características a la vez que van confirmando la utilidad de la Investigación Operativa, derivan interesantes oportunidades para crear modelos y aplicaciones muy subjetivas y de esta forma facilitar la "TOMA DE DECISIONES" en empresas y organizaciones.

La Investigación Operativa, reúne un conjunto de ciencias como la Física, Biología, Psicología, Sociología, Economía y Matemática, que identificadas a un problema concreto contribuyen a encontrar la relación CAUSA-EFECTO de un fenómeno y en base a métodos matemáticos, estadísticos y criterios cualitativos procura una definición correcta del

problema y una solución práctica.

Mediante la aplicación de modelos se puede reunir el conjunto de variables de carácter controlable y otras no controlables, integrándolas en un contexto general y predeterminando su posible comportamiento.

Regularmente, la Investigación Operativa utiliza métodos de aproximaciones sucesivas, es decir, generando alternativas y opciones para la decisión final, tratando obviamente de MINIMIZAR los riesgos inherentes a cada posición.

Origen y evolución dela investigación operativa

La investigación operativa, tiene su hacedero a inicios de la 2da. Guerra mundial con el fin de OPTIMIZAR objetivos militares (< recursos por < tiempo) y problemas estratégicos – tácticos; avanza el tiempo y aparecen nuevos modelos, resuelven problemas en: producción, tecnología, administración, tareas, personal, etc. Más información puede revisar el siguiente enlace. Https://www.youtube.com/watch?V=vrlc9-8nipm

Fases de la investigación operativa

La Investigación Operativa comienza describiendo algún sistema mediante un modelo que luego se lo amplía con el propósito de determinar la mejor forma de operación del sistema. Las principales fases de un estudio de Investigación de Operaciones son las siguientes:

A.- Formulación del problema.

B.- Construcción de un modelo representativo del sistema de estudio.

C.- Búsqueda de una solución a partir del modelo.

D.- Prueba del modelo y de la solución deducida a partir de éste.

E.- Establecimiento de controles sobre la solución.

F.- Poner la solución a trabajar: EJECUCIÓN.

El proceso de aplicar métodos cuantitativos requiere una sucesión sistemática de pasos que se ilustran en la ilustración 1.

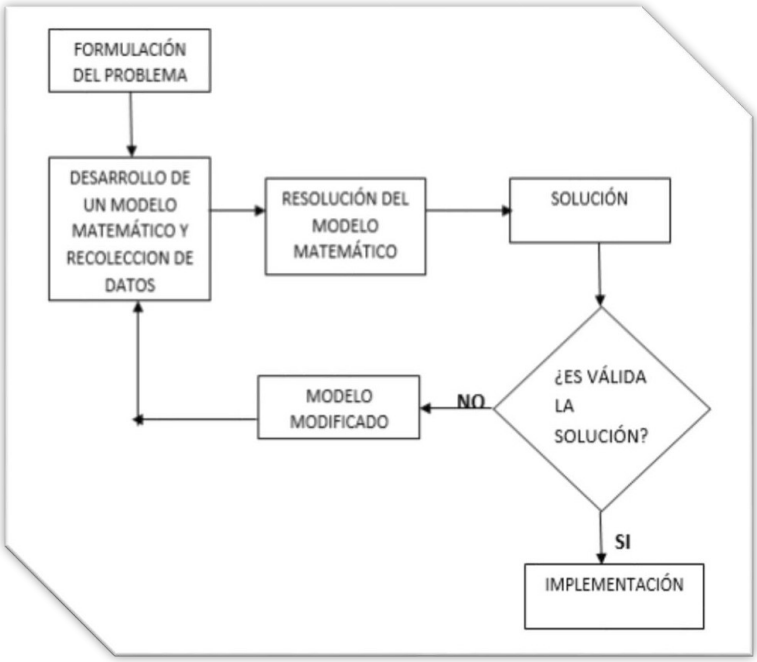


Ilustración 1: Fases de la IO

a. *Formulación del problema*: En la formulación de un problema deben quedar perfectamente establecidos los objetivos, los cursos alternativos de acción, las restricciones y los efectos del sistema de estudio. Debe tomarse en cuenta que es casi imposible dar solución correcta a un problema incorrectamente planteado.

b. *Construcción del modelo*: El siguiente paso luego de la formulación del problema, es la construcción del modelo, las características esenciales de los modelos permiten describirlos de diferente manera. Los modelos pueden clasificarse por sus dimensiones, funciones, propósitos, temas o grado de abstracción. Los tipos básicos de modelos son los siguientes:

- Modelos Icónicos: Un modelo icónico es la presentación física de un objeto o de una situación, lisia representación puede darse en dos dimensiones como sucede con los planos, los mapas o la fotografía o, también, en tres dimensiones como sucede con las maquetas.
- Modelos Analógicos: Son representaciones que por analogía muestran características de una determinada situación. Se los utiliza, especialmente, para representar situaciones dinámicas. Son ejemplos de estos modelos las curvas de demanda, las curvas la distribución de

frecuencia y los diagramas de flujo.

- Modelos Simbólicos o Matemáticos: Son verdaderas representaciones de la realidad y toman la forma de cifras y símbolos matemáticos. Estos son los modelos especialmente utilizados por la Investigación Operativa y un tipo de modelo simbólico es una ecuación.

c. *Deducción de la solución*: Una vez establecido el modelo, el siguiente paso es obtener una solución al problema a partir del modelo. Este paso se lo desarrolla determinando la solución óptima del modelo y luego aplicando esta solución al problema real. Algunas ocasiones las complejidades matemáticas del modelo impiden obtener la solución óptima, en estos casos, una "BUENA" respuesta es suficiente. En otros casos, la solución óptima del modelo es una aproximación de la situación real, sin embargo, un modelo bien formulado y probado aproxima su solución al óptimo verdadero.

d. *Prueba del modelo y la solución*: Después de obtener una solución del modelo, el modelo y la solución deben probarse. Esto puede hacerse en dos formas:

FORMA 1: Usando datos pasados, haciendo una comparación entre el rendimiento real del sistema y el rendimiento indicado por el modelo.

FORMA 2: Permitiendo operar el sistema sin cambios y comparando su rendimiento con aquel del modelo.

e. *Establecimiento de controles y ejecución*: Una vez que un modelo y su solución se consideran aceptables, deben colocarse controles sobre la solución con el objeto de detectar cualquier cambio significativo de las condiciones en las cuales se basa el modelo; obviamente, si cambian tanto que el modelo ya no es una representación precisa del sistema, el modelo debe ser invalido.

f. La *ejecución*: Es una solución obtenida a partir de un modelo; es la última fase de un estudio de investigación de Operaciones. En esta fase se explica la solución a la administración responsable del sistema en estudio. Es importante que la explicación de la solución se haga en función de los procedimientos usados en el sistema real. Después de aplicar la solución al sistema, se observa la respuesta de éste a los cambios introducidos, esto permite realizar los ajustes y modificaciones adicionales requeridas por el rendimiento del sistema.

Metodología de la i. O.

La metodología debe pretender que el decidor, aquel que tomará el riesgo de la decisión (riesgo porque es de su responsabilidad el éxito o fracaso de la operación), puede afectar la decisión más racional posible, o sea, que se minimice el riesgo de ser equivocado. La metodología a

utilizarse debe adaptarse "A fin de facilitar la decisión", para ello contará con modelos fundamentalmente matemáticos, con la cuantificación de los factores que intervienen en el proceso.

Conocido el modelo matemático, cuantificados los parámetros que en él intervienen, habrá que hacer uso del juego lógico matemático para obtener soluciones.

Observando el mundo real, el analista aprecia una situación, examinándola detecta el problema y/o verbaliza, luego lo simboliza pasando al mundo ideal. Allí trata de generar un modelo (la mayoría de veces matemático), este modelo generará soluciones, posteriormente deberá comprobar su significado en el mundo real. Compatibilizado todo el proceso de resolución, deberá encarar la implementación.

Decisiones

Una decisión es una elección consciente y racional, orientada a conseguir un objetivo, que se realiza entre diversas posibilidades de actuación (o alternativas). Antes de tomar una decisión es importante calcular cuál será el resultado de seleccionar una alternativa. En función de las consecuencias previsibles para cada alternativa se tomará la decisión.

Así, los elementos que constituyen la estructura de la decisión son: los objetivos de quién decide y las restricciones para conseguirlos; las alternativas posibles y potenciales; las consecuencias de cada alternativa; el escenario en el que se

toma la decisión y las preferencias de quien decide
Existen diversas situaciones en las que deben tomarse decisiones: situaciones de certeza, incertidumbre y riesgo.

Decisiones en situación de certeza o certidumbre: Una situación de certeza es aquella en la que un sujeto tiene información completa sobre una situación determinada, sobre cómo evolucionará y conoce el resultado de su decisión. Ej: decisiones sobre compras cuando se conoce la demanda. La toma de decisiones en un marco de certeza no implica dificultad alguna, más allá de las relacionadas con la gestión empresarial.
Decisiones en situación de incertidumbre: Una situación de incertidumbre es aquella en la que un sujeto toma la decisión sin conocer del todo la situación y existen varios resultados para cada estrategia. Pueden ser decisiones no competitivas y competitivas.

Para decidir existen una serie de criterios de elección:

a) El criterio **maximin** supone maximizar el resultado mínimo, es decir el decisor quiere asegurarse la elección mejor en caso que se dé la situación más desfavorable.

b) El criterio **maximax** consiste en maximizar el máximo; escoger el resultado máximo entre los mejores de cada alternativa. Asegura que la elección mejor en caso que se dé la situación más favorable.

Decisiones bajo Riesgo: No sabemos qué ocurrirá tomando determinadas decisiones, pero sí sabemos qué puede ocurrir y cuál es la probabilidad de ello.

Ejemplo didáctico: Usted tiene disponibles $10000,00 USD. Desea invertirlos en algo que le produzca una buena rentabilidad pero que al mismo tiempo sea seguro. Un amigo le propone invertir en un proyecto para ofrecer comida rápida; tiene además de elegir la posibilidad de elegir cualquier banco para depositar este capital y tener una rentabilidad por los intereses generados; otra alternativa es comprar un terreno.

Para tomar la decisión es necesario que usted realice un análisis de los por menores de cada opción, para luego construir un modelo matemático que le permita tomar la decisión más conveniente para hacer la inversión; por tanto, es importante dar respuestas a las siguientes interrogantes:

- ✓ ¿Cuáles son las alternativas de inversión que usted tiene?
- ✓ ¿Qué información cuantitativa debe pedirle a su amigo para que usted crea que esa inversión es segura y rentable?
- ✓ ¿Qué aspectos investiga de cada banco para no perder su capital?

- ✓ ¿Qué análisis hace respecto al terreno?
- ✓ ¿Necesita usted un analista financiero o un inversionista de bienes raíces para que le ayuden a tomar la decisión?
- ✓ ¿Qué decisión tomaría?
- ✓ ¿Cómo evaluaría los resultados de esta decisión?

Construcción de modelos matemáticos

Un administrador puede incrementar su efectividad en la toma de decisiones utilizando la metodología cuantitativa y comprendiendo mejor el aporte al proceso de toma de decisiones; las expresiones matemáticas que describen los objetivos, las restricciones y las relaciones existentes en el problema, se conocen como ***modelos matemáticos*** y son parte elemental en cualquier enfoque cuantitativo de toma de decisiones.

En la construcción de modelos se debe tomar en cuenta ciertas características que se presentan en las páginas 6 a 12 del libro guía, así como también la relación de variables y los tipos de modelo que son objeto de estudio de la asignatura.

Problemas de aplicación.

Los problemas que se plantean en la vida real pueden ser un tanto complejos o un tanto extensos y la relación entre las variables puede ser más o menos explícita; en este sentido, se puede decir que la formulación de modelos matemáticos

puede ser un poco complicada, sin embargo, hacer modelos matemáticos, se hace haciendo.

Ejemplo didáctico:

Considere el problema enfrentado por Mark, graduado de la carrera de administración de empresas, quien recientemente obtuvo un puesto como analista financiero en una compañía de Wall Street. Uno de los beneficios adicionales es un plan de retiro en el que el empleado pone 5% de su ingreso mensual. La compañía iguala esta cantidad. El dinero de este plan es entonces invertido en dos fondos: un fondo de acciones y un fondo de bonos. El Departamento de Beneficios le ha pedido a Mark que especifique la fracción de este dinero de retiro que habría que invertir en cada fondo. Mark ha analizado el rendimiento anterior de estos fondos y se ha enterado de que el fondo de acciones ha crecido a una tasa anual promedio de 10%, mientras que el fondo de bonos, más conservador, ha promediado una retribución anual de 6%. Para diversificar su cartera y para controlar el riesgo, no desea poner todos los huevos en una sola canasta, ha identificado dos pautas (LIMITACIONES O RESTRICCIONES PARA EL CASO):

1. Ninguno de los dos fondos debe tener más de 75% de la inversión total.
2. La cantidad invertida en el fondo de acciones no debe exceder del doble invertido en el fondo de bonos.

En este problema, existen muchas combinaciones diferentes de estrategias de inversión que pueden considerarse. Por ejemplo:

1. Invertir 50% en cada fondo. Como cada dólar invertido de esta manera regresa $0.05 del $0.50 invertido en el fondo de acciones y $0.03 del $0.50 invertido en el fondo de bonos, esta estrategia gana una devolución anual total de 8%.
2. Invertir 60% en el fondo de acciones y 40% en el fondo de bonos. Esta estrategia gana $0.084 por cada dólar invertido, lo que hace una devolución anual de 8.4%.
3. Invertir 70% en el fondo de acciones y 30% en el fondo de bonos. Esta estrategia gana una cantidad mayor, $0.088 por cada dólar invertido, pero, desafortunadamente estos porcentajes violan la pauta anterior (2). La cantidad de 70% invertida en el fondo de acciones excede doblemente la cantidad invertida en el fondo de bonos.

De este ejemplo, ***la formulación del problema*** sería: Mark, desea determinar la fracción de dinero de retiro que se invertirá en cada uno de los fondos de acciones y bonos. Una vez formulado el problema, el siguiente paso es construir **el modelo matemático** que permita dar solución al problema; el modelo matemático consta de: Función

Objetivo (FO), limitaciones o restricciones y la condición de no negatividad.

Para establecer el problema matemáticamente, primero, se identifica las variables de decisión:

S= Fracción por invertir en el fondo de acciones (FA)

B= Fracción por invertir en el fondo de bonos (FB)

Luego, el problema plantea que se desea escoger valores a las variables que: Maximicen la retribución anual esperada y satisfagan todas las pautas de inversión; así, se espera que cada dólar invertido en el FA tenga rendimiento de $0,10 y en el FB $0,06; Por tanto, FA debe retribuir S*0,10 y FB lo hará con B*0,06.de esta forma, el problema expresado matemáticamente a través de la función objetivo que debe obtener valores para:

$$\text{MAXIMIZAR: } 0.10*S + 0.06*B$$

Las limitaciones que tiene Mark, son las pautas de inversión:

1. Ningún fondo debe tener más del 75% de la cantidad total invertida, entonces:

$$S \leq 0.75 \text{ y } B \leq 0.75$$

2. La fracción de S no debe exceder al doble de la B en la fracción de bonos.

$$S \leq 2B \text{ ó } S-2B \leq 0$$

3. Cada fracción determinada, no debe ser negativa (condición de no negatividad).

$$S; B \geq 0$$

Entonces, el modelo matemático para resolver el problema de Mark, sería:

Función Objetivo
$Z(max)= 0,10S + 0,06B$

Sujeto a:
1. $S \leq 0,75$
2. $B \leq 0,75$
3. $S \leq 2B$
4. $S; B \geq 0$ (condición de no negatividad)

El siguiente paso, dentro de las fases de la IO sería **buscar la solución al modelo matemático,** que puede ser utilizando técnicas matemáticas que permitan dar una respuesta a las variables de decisión, obviamente, las inecuaciones se convertirán en ecuaciones. La forma de resolución se verá con más detenimiento en el capítulo de programación lineal.

En cuanto a la **validación del modelo** para el ejercicio didáctico planteado, se tiene que las ecuaciones $S= 0,75$ y $B=0,75$ son erróneas, ya que no se puede invertir en cada fondo el 75%. El error se genera al omitir la limitación para S y B que sumen uno; entonces, la restricción sería planteada de la siguiente forma:

$$S + B = 1$$

Este error hace que el modelo se replantee de la siguiente forma:

Función Objetivo
Z(max)= 0,10S + 0,06B

Sujeto a:
1. S + B= 0,75
2. S ≤ 2B
3. S ; B ≥ 0 (condición de no negatividad)

Para terminar, las fases de **establecimiento de controles** y la **ejecución** se realizarían una vez resuelto matemáticamente el modelo y puesto en marcha en Wall Street.

Para más información y profundización del tema, debe revisar en el libro básico, las páginas 12 a 35 del capítulo uno: Modelos matemáticos

Actividades de la unidad 1

Realice las siguientes actividades, hágalas a conciencia, le servirán para mejorar el aprendizaje.

1. Resuelva el caso: "Modelo de operaciones de la guardia costera" que se encuentra en la página 1 del libro base.
2. Un taller fabrica dos clases de cinturones de piel. En cada cinturón de tipo A de alta calidad gana $3 USD y encada cinturón de tipo B de baja calidad gana $2 USD. Formule la función objetivo para el problema.

3. Un taller fabrica dos clases de cinturones de piel. En cada cinturón de tipo A de alta calidad gana $3 USD y encada cinturón de tipo B de baja calidad gana $2 USD. El cinturón tipo A se lo puede hacer en 30 minutos, mientras que, el cinturón tipo B puede hacerse en 15 minutos. El taller dispone de un total de 8 horas diarias para hacer ese trabajo. Formule la función objetivo y la restricción para este problema.
4. Un taller fabrica dos clases de cinturones de piel. En cada cinturón de tipo A de alta calidad gana $3 USD y encada cinturón de tipo B de baja calidad gana $2 USD. El cinturón tipo A se lo puede hacer en 30 minutos, mientras que, el cinturón tipo B puede hacerse en 15 minutos. El taller dispone de un total de 8 horas diarias para hacer ese trabajo y de piel para un total de 400 cinturones diarios, cada cinturón utiliza una unidad de piel. Formule la función objetivo y las restricciones para este problema.
5. Un taller fabrica dos clases de cinturones de piel. En cada cinturón de tipo A de alta calidad gana $3 USD y encada cinturón de tipo B de baja calidad gana $2 USD. El cinturón tipo A se lo puede hacer en 30 minutos, mientras que, el cinturón tipo B

puede hacerse en 15 minutos. El taller dispone de un total de 8 horas diarias para hacer ese trabajo y de piel para un total de 400 cinturones diarios, cada cinturón utiliza una unidad de piel, de 200 hebillas elegantes para el cinturón A y de 300 hebillas para el cinturón B. Formule el modelo matemático para este problema.

6. Una fábrica produce dos tipos de camisas A y B, las camisas tipo A requieren 5 minutos para cortarlas y 10 minutos para confeccionarlas, las de tipo B requieren 8 minutos para cortarlas y 8 minutos para confeccionarlas. Se necesita de 3 horas y 20 minutos para corte y de 4 horas para confección. El beneficio es de 5 USD por cada camisa tipo A y 6 USD por cada camisa tipo B. ¿Cuántas camisas de cada clase debe producirse para obtener la máxima ganancia? Formule el modelo matemático para este problema.

Autoevaluación Unidad 1

Resuelva el siguiente cuestionario, hágalo de forma consciente, sin consultar la guía, luego, puede consultar las respuestas que se encuentran en el solucionario de la guía, esto mejora su aprendizaje:

1. Los avances de la Investigación Operativa se han debido a que se encontraron nuevas técnicas matemáticas, el desarrollo de la COMPUTACIÓN, y, sobre todo, métodos más abreviados de cálculo numérico, que han hecho factibles las soluciones a problemas que hace unos años se consideraban fuera de nuestras posibilidades.

   Verdadero

   Falso

2. La Investigación Operativa es una ciencia considerada en formación, de ahí que no existe un concepto generalizado, y quizá por ello, están surgiendo muchas inquietudes, pues, se pueden plantear y resolver problemas en una amplia gama de actividades, originando frecuentemente más y nuevas posibilidades de acción práctica en esta materia

   Verdadero

   Falso

3. La Investigación Operativa utiliza métodos de aproximaciones sucesivas.

   Verdadero

Falso

4. Un tipo de modelo simbólico que utiliza la IO es una ecuación

Verdadero

Falso

5. Algunas ocasiones las complejidades matemáticas del modelo impiden obtener la solución óptima, en estos casos, una "BUENA" respuesta es suficiente.

Verdadero

Falso

6. Las decisiones sobre compras cuando se conoce la demanda, es un ejemplo de toma de decisiones en situación de certeza o certidumbre.

Verdadero

Falso

7. El criterio **maximin** supone maximizar el resultado mínimo, es decir el decisor quiere asegurarse la elección mejor en caso que se dé la situación más desfavorable.

Verdadero

Falso

8. Las expresiones matemáticas que describen los objetivos, las restricciones y las relaciones existentes en el problema, se conocen como modelos matemáticos y son parte elemental en cualquier enfoque cuantitativo de toma de decisiones.

Verdadero

Falso

9. En el ejemplo de Wall Street, ¿por qué las ecuaciones S= 0,75 y B=0,75 son erróneas?

A. No se puede invertir en cada fondo el 75%.

B. Omitir la limitación para S y B que sumen uno

C. Las dos son correctas

D. Ninguna es correcta.

10. Un modelo matemático está compuesto por:

A. Función Objetivo

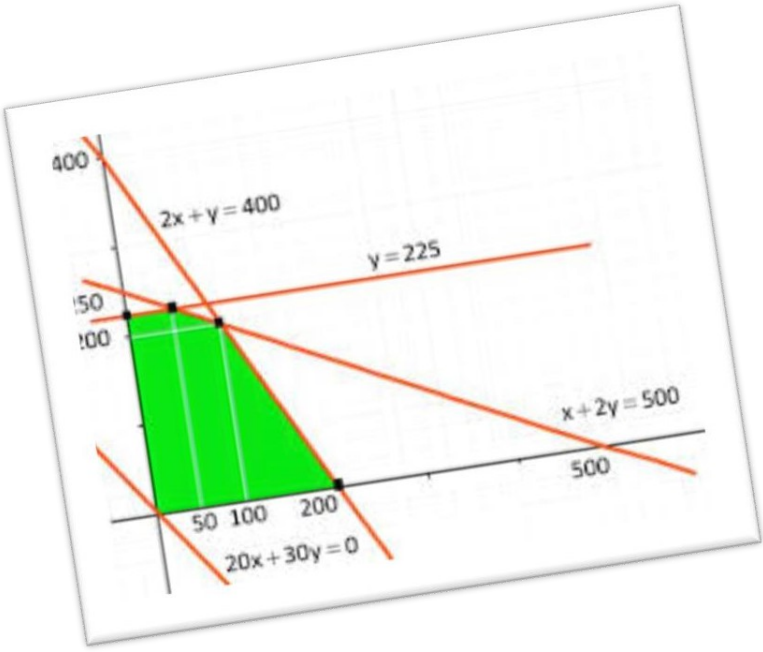
B. Restricciones

C. Condición de no negatividad

D. Los literales a y b son correctos

E. Los literales a, b, c son correctos

F. Ninguna es correcta.



Desarrollo de contenidos Unidad 2

Generalidades

La P. L. Es una clase de modelos de programación matemática destinada a la asignación eficiente de los recursos limitados en actividades conocidas, con el objetivo de satisfacer las metas deseadas (tal como maximizar beneficios o minimizar costos).

La programación lineal es un conjunto de técnicas racionales de análisis y de resolución de problemas que tiene por objeto ayudar a los responsables en las decisiones sobre asuntos en los que interviene un gran número de variables.

La característica distintiva de los modelos de P.L, es que las funciones que representan el objetivo y las restricciones son lineales o sea inecuaciones o ecuaciones de primer grado.

El nombre de programación lineal no procede de la creación de programas de ordenador, sino de un término militar, programar, que significa "realizar planes o propuestas de tiempo para el entrenamiento, la logística o el despliegue de las unidades de combate".

La P.L. tuvo sus orígenes a raíz de la Segunda Guerra Mundial, cuando George Dantízin, quien realizó investigaciones y aplicaciones en distintos casos, de operación aéreo- militar.

Leonfiel aportó principalmente en relaciones inter industriales a través de su Matriz de Insumo-Producto.

Koopmans, incursionó profundamente en aplicaciones macroeconómicas resolviendo casos de producción, a asignación de recursos, Maximización de beneficios y minimización de costos, etc.

La P. L. Es un modelo sistemático y matemático de enfocar determinado problema para lograr una solución óptima o la mejor posible, empleando una ecuación objetivo (propósito del problema), un conjunto de restricciones lineales y una condición de eliminar valores negativos (condición de no negatividad).

Objetivos y aplicaciones

El objetivo básico de la P.L. es encontrar soluciones mediante métodos matemáticos, utilizando sistemas lineales a problemas de carácter técnico-económico que se presentan por la limitación de recursos.

A través de la P.L se pueden resolver interesantes casos tales como: combinación óptima de mezclas de producción, disposición interna de procesos, maximización de beneficios, localización, asignación de recursos, minimización de costos, transporte, entre los más sobresalientes.

En cuanto al área de aplicación se resuelven casos en la industria en general y dentro de ésta con mejores opciones en la industria en general y dentro de esta con mejores opciones en la industria química, hierro y acero papel y cartón, petróleo, farmacéuticos, alimenticios y textil.

Se han realizado aplicaciones también en la agricultura, construcción, aviación, sistemas hidroeléctricos, transporte. Así, la P. L. Ha despertado muchas inquietudes para irlas resolviendo en muchos y diferentes casos.

Conceptos básicos

Linealidad: Todo proceso o actividad o relación lineal utilizada se identifica con la cantidad unitaria de cada uno de los factores con respecto a los demás y a las cantidades de cada uno de los productos.

Divisibilidad: Los procesos pueden utilizarse en extensiones positivas divisibles mientras se dispongan de recursos.

Finitud: Tanto el número de procesos identificados cuanto los recursos disponibles, deberán corresponder a cantidades finitas, esto es, conocidas y cuantificadas en forma determinística.

Algoritmos o iteraciones: Corno se dijo anteriormente la I. O. En lo que se refiere a la P. L. Utiliza métodos mediante aproximaciones sucesivas, ensayos intentos que reciben el nombre de algoritmos o iteraciones y según los cuales se determina pasos o etapas hasta obtener el objetivo planteado.

El problema general de la p.l.

Los problemas de P. L. Se presentan por limitaciones de recursos que se tratan de distribuir en la mejor forma. Los recursos a la vez que son limitados en términos "par se" (por sí mismo) pueden ser distribuidos en tantas formas como combinaciones matemáticas permitan relacionarlos a un mismo objetivo, de ahí que es necesario distribuirlos adecuadamente en forma equilibrada y armónicas entre los factores que intervienen en el problema, a fin de encontrar las mejores alternativas de uso, cumpliendo con el propósito fijado.

Un problema de P.L. trae implícitamente el sentido de función, propósito o meta, recursos disponibles y habilidad o forma para seleccionar, comparar y decidir la mejor

alterativa (decisión).

Los problemas de P.L. planteados y resueltos por cualquiera de los métodos deberán cumplir cuatro condiciones necesarias y suficientes:

Primera Condición: Función objetivo

Es la ecuación que expresa la cantidad que va a ser maximizada o minimizada según el objetivo planteado y es la forma. Todos los programas lineales tienen sólo una función objetivo lineal que será maximizada si se trata de utilidades y minimizada si son costos. Su forma genérica es:

$$Z = C1X1 + C2X2 + C3X3 + C4X4 + \quad CnXn$$

Donde:

Z(max)= para los casos de maximización

Z(min)= para los casos de minimización

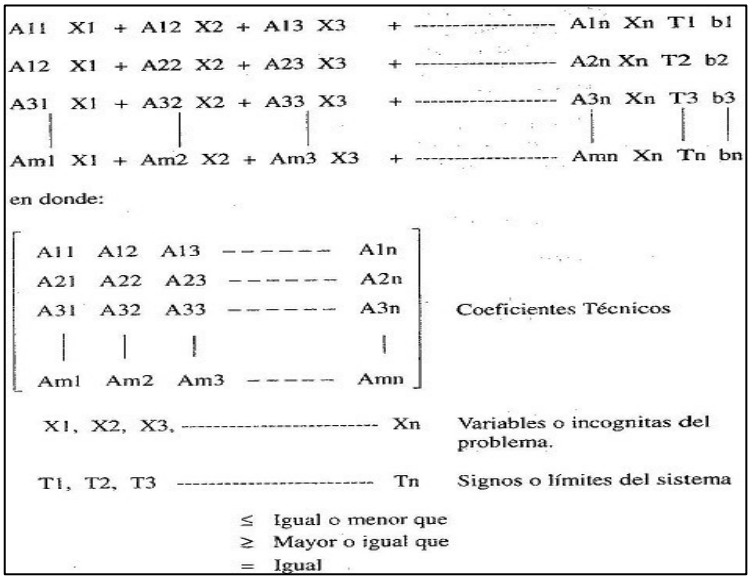
C1, C2, C3, C4, ...Cn = Coeficiente de la función objetivo que puede ser: márgenes de beneficio, precios, etc.

X1, X2, X3, X4...Xn = Variables del problema, lo que queremos lograr

Segunda Condición: Limitaciones y restricciones

Es el conjunto de inecuaciones o ecuaciones que expresan las condiciones finitas del problema que limitan o eliminan las combinaciones de las variables de decisiones, se las denomina también **COEFICIENTES TÉCNICOS** de producción, tecnológicos, de transporte, etc., según sea el

caso de estudio. Su forma genérica es:



Tercera Condición: No negatividad

En la resolución de los Problemas de P. L. En ningún caso se aceptarán resultados negativos en las respuestas, pues, no se concibe producción negativa, gastos negativos, tendrán que ser por lo menos igual o mayor que cero.

Cuarta Condición: Condiciones de Optimización

Se van obteniendo por aproximaciones sucesivas.

Solución factible: Aquella que satisface las limitaciones y restricciones del problema.

Solución básica factible: Satisface las limitaciones o restricciones de problema cuyos resultados sean únicamente positivos.

Solución óptima factible: Es aquella que satisface tanto las

limitaciones o restricciones como la función objetivo del problema (optimización).

Problemas de aplicación

Lea con atención y de una sola vez el siguiente ejemplo. Trate de identificar: las variables de decisión, los parámetros, las restricciones y la función objetivo para el problema. Vuelva a leer el problema y con un lápiz vaya subrayando para identificar cuáles y cuántas son las variables de decisión; cuáles y cuántas son las restricciones y cuál es la función objetivo; tres elementos que le permiten formular el modelo matemático.

Ejemplo Didáctico para maximización:

Un taller fabrica dos clases de cinturones de piel. En cada cinturón A de alta calidad gana $80 USD y en cada cinturón B de baja calidad gana $60 USD. El taller puede producir diariamente 1000 cinturones de tipo B o 500 cinturones de tipo A. Sólo se dispone de piel para 800 cinturones diarios A y B combinados; de 400 hebillas elegantes para el cinturón A y de 700 hebillas diarias para el cinturón B. ¿Qué producción maximiza la ganancia?

Para resolver, en este tipo de problemas, puede seguir la siguiente secuencia:

Formulación del problema

A; B = Productos

XI; X2 = Número producido (variables) 80;

60= Utilidad

Para mejor comprensión puede hacer la siguiente tabla

Recursos	**Consumo**		**Disponibilidad**
	A	B	
Piel	1	1	800
Hebillas a	1	0	400
Hebillas b	0	1	700
Capacidad	2	1	1000

a. ***Función objetivo*****:** Maximizar la utilidad total

Z (máx.) = 80X1+60X2

b. ***Restricciones*****:** Para el ejemplo las restricciones son:

1. X1 + X2 < 800 Consumo de piel
2. X1 < 400 Consumo de Hebillas A
3. X2 < 700 Consumo de Hebillas B
4. 2X1 + X2 < 1000 Consumo de capacidad
5. X1 ; X2 > O Restricciones de no negatividad

El modelo matemático para resolver quedaría de la siguiente forma:

Z (máx.) = 80X1+60X2 (F.O)

X1 + X2 < 800 (ec.1)
X1 < 400 (ec2)
X2 < 700 (ec3)
2X1 + X2 < 1000 (ec4)
X1 ; X2 ≥ 0 (no negatividad)

Es necesario realizar la formulación algebraica ya que la multiplicidad de datos e interrelaciones hace difícil el planteamiento de los problemas de P, L. Una forma de resumir la información consiste en elaborar una matriz de recursos y productos con sus respectivos coeficientes de consumo con la oferta disponible de los insumos y con la utilidad generada por cada producto. Previo a ello conviene definir con claridad el significado de las variables utilizadas. Analice detenidamente la formulación de los ejemplos.

C. Solución del modelo

Resolución de las ecuaciones por el método algebraico: Se trata de hacer sistemas de ecuaciones para facilitar la solución y obtener pares ordenados:

Ecuaciones 1 y 3

Ec. 1 X1 + X2 = 800
Ec. 3 X2 =700 (-1) multiplicamos la ecuación por -1
X1 + X2 = 800
- X2 =-700
Nos queda X1 = 800 - 700
X1 = 700
Se reemplaza el valor encontrada de X1 en la ecuación 1

Ec. 1 X1 + X2 = 800
700 + X2 = 800
X2 = 800 -700
X2 = 100
C (700; 100) Primer par ordenado

Ecuaciones 1 y 4

Ec. 1 X1 + X2 = 800
Ec. 4 2X1 + X2 = 1000 (-1) multiplicamos la ecuación por -1
X1 + X2 = 800
-2X1 - X2 =-1000
Nos queda -X1 = 800 - 1000
X1 = 200
Se reemplaza el valor encontrada de X1 en la ecuación 1

Ec. 1 X1 + X2 = 800
200 + X2 = 800
X2 = 800 -200
X2 = 600
C (200; 600) Segundo par ordenado

Ecuaciones 2 y 4

Ec. 2 X1 = 400
Ec. 4 2X1 + X2 = 1000

Como ya se tiene el valor de X1, se reemplazaen la ecuación 4

Ec. 4 2(400) + X2 = 1000
800 + X2 = 1000
X2 = 1000 -800
X2 = 200

C (400; 200) Teercer par ordenado

Ecuaciones 1 y 2

Ec. 1 X1 + X2 = 800
Ec. 2 X1 = 400

Como ya se tiene el valor de X1, se reemplazaen la ecuación 1

Ec. 1 400 + X2 = 800
X2 = 800 -400
X2 = 400

C (400; 400) Cuarto par ordenado

Solución:

Reemplazo de los valores encontrados en la Función Objetivo:
Z(max)= 80 X1 +60X2

Primer par ordenado: (700:100) Z(max)= 80 (700) +60 (100)
Z(max)= 62.000,00

Segundo par ordenado: (200:600) Z(max)= 80 (200) +60 (600)
Z(max)= 52.000,00

Tercer par ordenado: (400:200) Z(max)= 80 (400) +60 (200)
Z(max)= 44.000,00

Cuarto par ordenado: (400:400) Z(max)= 80 (400) +60 (400)
Z(max)= 56.000,00

Solución por el método Gráfico: El método gráfico de resolución de problemas de P. L., permite una comprensión visual de la resolución de un problema.

De acuerdo a las condiciones deberá cumplir los cuatro requisitos básicos:

1.- Función Objetivo

2.- Conjunto de limitaciones o restricciones

3.- Condición de no negatividad

4.- Condiciones u optimización

4.1.- Solución factible

4.2.- Solución básica factible

4.3.- Solución óptima factible

Mediante el método gráfico se trata de resolver por aproximaciones, o interacciones gráficas las posibilidades de mejorar las soluciones de conformidad a la función objetivo determinada.

A continuación, se resuelve cada una de las ecuaciones:

Solción de la ecuación 1

Ec. 1 X1 + X2 = 800

Se supone que X1 = 0

0 + X2 = 800

X2 = 800

Se supone que X2 = 0

X1 + 0 = 800

X1 = 800

X1	X2
0	800
800	0

Par ordenado (800:800)

Solción de la ecuación 4

Ec. 4 $2X1 + X2 = 1000$

Se supone que $X1 = 0$

$2(0) + X2 = 1000$

$X2 = 1000$

Se supone que $X2 = 0$

$2X1 + 0 = 1000$

$X1 = 1000/2$

$X1 = 500$

X1	X2
0	1000
500	0

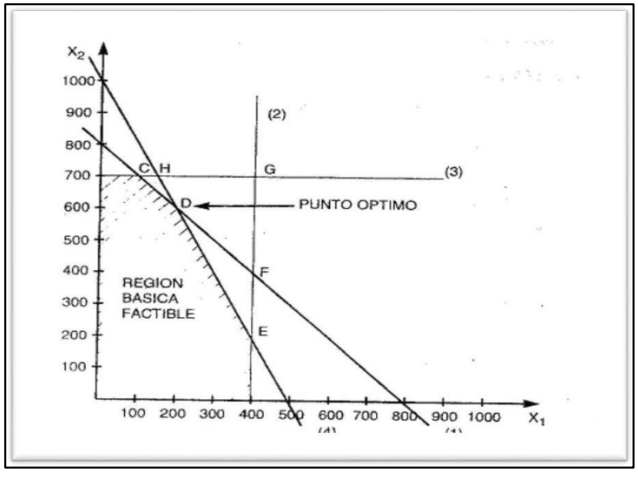
Par ordenado (1000:500)

Las ecuaciones 2 y 3 tienen valores definidos, razón por la cual, no se resuelven; así:

Ec. 2: $X1 = 400$

Ec. 3: $X2 = 700$

Una vez obtenidos los pares ordenados, se procede a graficar cada ecuación, a identificar la zona factible (para el caso de maximización, hacia el lado interno de las líneas de ecuaciones) y a obtener el punto de solución factible, como se indica a continuación:



Se ha determinado la región básica factible que sea positiva y satisfaga las condiciones o restricciones del problema, un punto por fuera de esta región no satisface los requerimientos técnicos y nos interpretará que estamos utilizando recursos por encima de los existentes, y eso no es cierto, no se puede.

Remplazo de valores en función objetivo

Conocida la región básica factible procedemos a ensayar puntos combinados que nos den respuesta, o sea que cumplan con las restricciones del problema y con el propósito de la función objetivo (maximizar) para lo cual resolvemos las ecuaciones.

Los puntos C, D, E, F reemplazamos en la función objetivo para determinar la solución óptima.

Z(máx.) = 80X1 + 60X2

Punto C (100, 700)

Z(máx.) = 80(100) + 60(700)

Z(máx.) = 50000

Punto D (200, 600)

Z(máx.) = 80(200) + 60(600)

Z(máx.) = 52000 máxima **utilidad**

Punto E (400, 200)

Z(máx.) = 80(400) + 60(200)

Z(máx.) = 44000

Punto F (400,400)

Z(máx.) = 80(400) + 60(400)

Z (máx.) de 56000 aunque es el mayor valor en utilidad, **no puede ser por no cumplir con las restricciones.**

Conclusión e interpretación

La mejor alternativa se presenta cuando XI= 200 y X2= 600, es decir cuando se fabrican 200 cinturones de la clase A y 600 cinturones de la clase B. En efecto, si reemplazamos en la función objetivo, tenemos:

Z (máx.) = 80 X1 + 60 X2

Z(máx.) = 80 (200) + 60 (600)

Z(máx.) = 16000 + 36000

Z(máx.) = 52000 Maximización.

Siempre el punto de maximización estará en un vértice de un conjunto convexo hacia adentro y habrá una curva de beneficio que sea tangente al punto encontrado y ésta será la función objetivo.

Ejemplo Didáctico para minimización:

Una empresa elabora dos productos A y B. Con base en una investigación de mercados se ha determinado que la producción de los dos productos debe ser de por lo menos 350 unidades mensuales. Por otro lado, se debe satisfacer también un pedido de un cliente importante de 125 unidades mensuales de producto A. El producto A requiere de 2 horas por producto para ser elaborado, en tanto que el producto B requiere de 1 hora para ser elaborado; existen disponibles 600 horas de tiempo de procesamiento para el siguiente mes. El

objetivo de la empresa es satisfacer los requerimientos planteados incurriendo en un costo de producción mínimo. Los costos de producción son de $2,00 USD por unidad para el producto A y de $3,00 USD para el producto B.

La solución de este ejercicio se puede hacer utilizando los métodos estudiados con los problemas de maximización, es decir, por sistema de ecuaciones y por el método gráfico.

El modelo matemático para el problema planteado es el siguiente:

Z(min)= 2X1+3X2

Sujeto a:

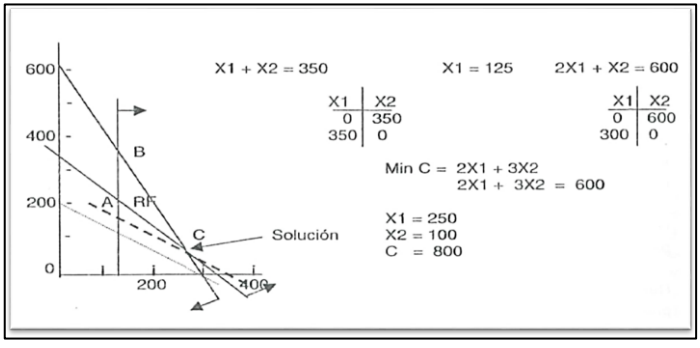
X1 + X2 ≥ 350 (Requerimiento total de producción)

X1 ≥ 125 (Demanda de producto A)

2X1+X2≤600(Tiempo de procesamiento)

X1;X2 ≥ 0 (no negatividad)

El siguiente paso es resolver las ecuaciones, puede guiarse en los pasos que se utilizó en maximización; el gráfico para la interpretación quedaría de la siguiente forma:



Actividades de la unidad 2

Realice las siguientes actividades, hágalas a conciencia, le servirán para mejorar el aprendizaje.

Resuelva los siguientes ejercicios, utilizando el método gráfico y el método de ecuaciones.

2.1. La fábrica de puertas y ventanas FORES GAME, desea incursionar en la fabricación de dos nuevos productos: puertas de vidrio con marco de aluminio (producto 1) y ventanas con marco de hierro (producto 2). La empresa tiene tres áreas de trabajo: los marcos y molduras de aluminio se hacen en el área 1; los marcos de hierro se fabrican en el área 2; y, el área 3 se corta el vidrio y se ensamblan los productos. Los productos son fabricados por en lotes de 30 productos.

Se ha determinado que un lote del producto 1 requiere de 1 hora en el área 1, 0 horas en el área 2 y 3 horas en el área 3; un lote de producto 2 requiere de 0 horas en el área 1 y de 2 horas en cada una de las áreas 2 y 3. El tiempo de producción disponible por semana es de 4, 12 y 18 horas para las plantas 1, 2 y 3 respectivamente (se asume que el resto del tiempo la empresa produce otros artículos).

El producto 1 genera una utilidad de $3000,00 USD por lote y el producto 2 genera una utilidad de $ 4000,00 por lote.

Se le solicita a usted que determine las tasas de producción (número de lotes de cada producto) que se deben fabricar para maximizar la utilidad de la empresa.

2.2. Un taller de calzado confecciona zapatos para hombre y mujer; El producir un par de zapatos para hombre requiere el doble de tiempo que para producir un par de zapatos para mujer. El taller está en capacidad de producir al menos 10 pares de zapatos. En el mercado se puede conseguir diariamente la cantidad de cuero y suela para 9 pares de zapatos; Los zapatos de mujer requieren de una fibra la cual solo existe para 6 pares de zapatos diariamente. Para la confección de los zapatos de hombre se puede conseguir exactamente 5 pares de tacos de caucho por día. Que cantidad de zapatos de hombre y de mujer debe producir diariamente dicho taller para maximizar el beneficio si se sabe que al vender un par de zapatos de hombre se obtiene $35 de utilidad y $30 al vender un par de zapatos de mujer.

2.3. Una campaña para promocionar una marca de productos lácteos se basa en el reparto gratuito de yogurt con sabor a limón o a fresa. Se decide repartir al menos 30.000 envases de yogurt. Cada yogurt de limón necesita para su elaboración 0,5 gr. De un producto de fermentación y cada yogurt de fresa necesita 0,2 gr. De ese mismo producto. Se dispone de 9 kilos de ese producto para fermentación. El coste de producción de un yogurt de fresa 0,07 centavos y el de un yogurt de limón de 0,04. ¿Qué cantidad de yogurt de cada tipo se deben producir para que el costo de la campaña sea mínimo?

Autoevaluación Unidad 2

Resuelva el siguiente cuestionario, hágalo de forma consciente, sin consultar la guía, luego, puede consultar las respuestas que se encuentran en el solucionario de la guía, esto mejora su aprendizaje:

1. A través de la P.L se pueden resolver interesantes casos tales como: combinación óptima de mezclas de producción, disposición interna de procesos, maximización de beneficios, localización, asignación de recursos, minimización de costos, transporte, etc.

Verdadero

Falso

2. La característica distintiva de los modelos de P.L, es que las funciones que representan el objetivo y las restricciones son lineales o sea inecuaciones o ecuaciones de primer grado.

Verdadero

Falso

3. La P.L. tuvo sus orígenes a raíz de la Segunda Guerra Mundial, cuando George Dantízin, quien realizó investigaciones y aplicaciones en distintos casos, de operación aéreo- militar.

Verdadero

Falso

4. Un problema de P.L. trae implícitamente el sentido de

función, propósito o meta, recursos disponibles y habilidad o forma para seleccionar, comparar y decidir la mejor alterativa.

Verdadero

Falso

5. Todos los programas lineales tienen sólo una función objetivo lineal que será maximizada si se trata de utilidades y minimizada si son costos.

Verdadero

Falso

6. A Las restricciones o limitaciones se las denomina también **COEFICIENTES TÉCNICOS** de producción, tecnológicos, de transporte, etc., según sea el caso de estudio.

Verdadero

Falso

7. En la resolución de los Problemas de P. L. En ningún caso se aceptarán resultados negativos en las respuestas, pues, no se concibe producción negativa, gastos negativos, tendrán que ser por lo menos igual o mayor que cero. Este enunciado se refiere a la condición de:

A. No negatividad

B. Condición de optimización

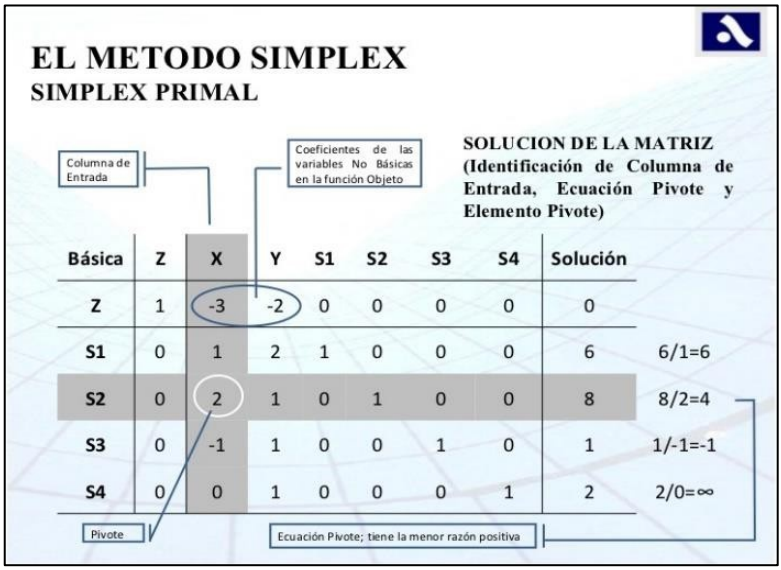
C. Ninguna de las opciones es correcta

8. La Solución factible es Aquella que satisface las limitaciones y restricciones del problema; la Solución básica

factible**,** Satisface las limitaciones o restricciones de problema cuyos resultados sean únicamente positivos; la Solución óptima factible es aquella que satisface tanto las limitaciones o restricciones como la función objetivo del problema (optimización).

Verdadero

Falso



Desarrollo de contenidos Unidad 3

Introducción

El método Simplex es un procedimiento general para resolver problemas de programación lineal. Desarrollado por George Dantzig en 1947, está comprobada su extraordinaria eficiencia, y se usa en forma rutinaria para resolver problemas grandes en computadoras actuales. También se usan extensiones y variaciones del método Simplex para realizar análisis pos óptimo (que incluye el análisis de sensibilidad) sobre el modelo.

El método Simplex es un procedimiento algebraico, Sin embargo, sus conceptos fundamentales son geométricos, por lo que la comprensión de estos conceptos geométricos nos proporciona una fuerte intuición sobre cómo opera el método

Simplex y porque es tan eficiente.

Este método se emplea con un proceso interactivo, o sea, que se usa sucesivamente la misma rutina básica de cálculo, lo que da por resultado una serie de soluciones sucesivas hasta que se encuentra la mejor. Una característica básica del método Simplex es que la última solución produce una contribución tan grande o mayor que la solución previa en un problema de maximización, lo que da la seguridad de llegar finalmente a la respuesta óptima.

¿Para qué sirve el método simplex?

El método Simplex sirve para solucionar problemas en donde se debe optimizar los recursos de la empresa de manera más eficiente. Se utiliza para resolver problemas de programación lineal en los que intervienen tres o más variables.

Importancia del método simplex

El método simplex permite localizar de manera eficiente la óptima solución entre los puntos extremos de un problema de programación lineal. La gran virtud del método simplex es su sencillez, método muy práctico, ya que solo trabaja con los coeficientes de la función objetivo y de las restricciones. Es muy importante en el área empresarial ya que lo utilizan para obtener solución a los problemas de las empresas en cuanto a inventario, ganancias y pérdidas. Este método permite visualizar cuánto se debe vender, cuanto se debe producir o cuanto se debe comprar según sea el caso para que la empresa

obtenga las ganancias optimas y suficientes para competir en el mercado.

En Base a esta importancia El método simplex ha tenido diversas aplicaciones en las industrias especialmente en el área de transporte, en la parte de inventarios y en lo empresarial en general.

Ventajas del método simplex

- Es un Método heurístico. Se basa en consideraciones geométricas y no requiere el uso de derivadas de la función objetivo.
- Es de gran eficiencia incluso para ajustar gran número de parámetros.
- Se puede usar con funciones objetivo muy sinuosas pues en las primeras iteraciones busca el mínimo más ampliamente y evita caer en mínimos locales fácilmente.
- Es fácil implementar y usar, y sin embargo tiene una alta eficacia.

Desventajas del método simplex

- Converge más lentamente que otros métodos, pues requiere más número de iteraciones.
- En el caso de que la función tenga todas sus variables básicas positivas, y además las restricciones sean de desigualdad "≤", al hacer el cambio se quedan negativas y en la fila del valor de la función objetivo

se quedan positivos, por lo que se cumple la condición de parada, y por defecto el valor óptimo que se obtendría es 0.

Variables de holgura y exceso

Aplica para las restricciones del tipo (≥ y ≤), donde el lado derecho de la desigualdad representa el limite sobre la disponibilidad de un recurso y el lado izquierdo representa la utilización de ese recurso limitado que hacen las variables del modelo. Esto quiere decir que una holgura representa la cantidad disponible del recurso que excede a la utilización que se le da. En la conversión de este tipo de desigualdad se añade una variable de ajuste (E1) para convertirla en igualdad. Por ejemplo, tenemos la siguiente restricción:

3X1 + 2X2 ≥ 6, su equivalente sería: 3X1 + 2X2 + E1 = 6.

Variable artificial / método de la "m"

Una variable artificial es un truco matemático para convertir inecuaciones ">=" en ecuaciones, o cuando aparecen igualdades en el problema original, la característica principal de estas variables es que no deben formar parte de la solución, dado que no representan recursos. El objetivo fundamental de estas variables es la formación de la matriz identidad.

Estas variables se representan por la letra "A", siempre se suman a las restricciones, su coeficiente es M (por esto se le denomina Método de la M grande, donde M significa un

número demasiado grande muy poco atractivo para la función objetivo), y el signo en la función objetivo va en contra del sentido de la misma, es decir, en problemas de Maximización; su signo es menos (-) y en problemas de Minimización su signo es más (+), repetimos con el objetivo de que su valor en la solución sea cero (0).

A modo general, el método Simplex consta de los pasos siguientes:

1. Determinar una solución básica factible inicial.
2. Definir una variable de entrada empleando la condición de factibilidad. El algoritmo se detiene cuando ya no hay una variable de entrada.
3. Seleccionar una variable de salida empleando la condición de factibilidad.
4. Determinar las nuevas soluciones básicas factibles aplicando los cálculos apropiados a través de la metodología Gauss-Jordan.

La forma estándar

La mayoría de los problemas de programación lineal (PL) son demasiado grandes, es decir, contienen más de dos variables de decisión como para resolverlos por el método gráfico. El método algebraico más ampliamente utilizado es el denominado Método Simplex (MS). Para resolver un problema de PL por el método simplex, primero hay que ponerlo en su forma estándar o aumentada. Para toda

restricción del tipo ≤ se adiciona una variable de holgura (H); para cada restricción del tipo ≥, se resta primero una variable de excedente (E) y luego se suma una variable artificial (A); y, para cada restricción del tipo =, se suma una variable artificial únicamente. En la función objetivo también se incluyen estas variables con coeficientes de 0 para las variables de holgura y de excedente. Las variables artificiales llevarán un coeficiente cualquiera pero pequeño para problemas de maximización o un coeficiente cualquiera pero grande para un problema de minimización.

La tabla simplex

Para condensar los cálculos matemáticos, la forma estándar se representa en forma de tabla; así:

Tabla simplex para un problema de Programación Lineal

CVB	Cj		C1	C2	C3	C4	Cn	bi/aij
	Base	**bi**	**X1**	**X2**	**H1**	**H2...**	**Hn**	
0	H1	b1	a11*	a12	a13	a14	a1j	b1/a11
0	H2	b2	a21°	a22	a23	a24	a2j	
0	H3	b3	a31°	a31	a32	a33	a3j	
.	.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	.	
0	Hi	bi	ai1°	ai2	ai3	ai4	aij	
	Zj							
	Cj - zj							

Simbología:

i = Ecuaciones lineales (restricciones). j = Variables.

Aij = Coeficientes correspondiente a la variable j de la restricción i.

Cj = Coeficientes de la función objetivo para la variable j. Especifican la contribución a las utilidades por unidad. Los coeficientes se transfieren en forma directa de la función objetivo.

CVB = Son los coeficientes de la función objetivo para las variables básicas del momento.

Base = Contiene las variables básicas del momento. Se utiliza el término base para referirse al conjunto de variables básicas que conforman la solución factible.

Bi = Columna de los valores de las variables básicas. Valor del lado derecho para la restricción i en la tabla simplex inicial cuando las variables de decisión son iguales a cero (solución básica factible inicial).

Fila Zj= Valores de la función objetivo. Valores que va tomando la FO en cada etapa.

Cj-Zj= Fila de evaluación neta. Representa el cambio neto en el valor de la FO. Contribución neta por cada unidad que se fabrica.

Bi/aij= Cociente para determinar la variable que sale de la base (condición de factibilidad). ***Matriz A****.-* ***m*** *filas y* ***n*** *columnas de los coeficientes de las variables en las ecuaciones de restricción*

** = Elemento pivote.*

° = Elemento semipivote.

Ejemplo Didáctico para maximización:

Refirámonos al ejercicio 2.1 de la unidad 2 de esta guía, se sugiere primero resolver el ejercicio por el método gráfico para que pueda hacer seguimiento a la solución simplex. El algoritmo del MS, se resuelve en los siguientes pasos:

1. **Desarrollar el modelo**. El modelo matemático para el problema planteado es el siguiente:
   Maximizar Z = 3X1 + 5X2 **(0) Función objetivo**
   Sujeto a:
   X1 ≤ 4 **(1) Restricción 1: Tiempo disponible en**

la planta 1

$2X2 \leq 12$ **(2) Restricción 2: Tiempo disponible en la planta 2**

$3X1 + 2X2 \leq 18$ **(3) Restricción 3: Tiempo disponible en la planta 3**

$X1 ; X2 \geq 0$ **(Condición de no negatividad)**

2. **Estructurar la presentación en forma estándar**.

Como todas las restricciones son del tipo $\leq$, sumamos una variable de holgura a cada una de las restricciones.

Forma estándar del modelo

Maximizar $Z = 3X1 + 5X2 + 0H1 + 0H2 + 0H3$ **(0)**

Sujeto a:

$$X1 + H1 \leq 4 \quad (1)$$
$$2X2 + H2 \leq 12 \quad (2)$$
$$3X1 + 2X2 \quad H3 \leq 18 \quad (3)$$
$$X1 ; X2 ; H1, H2; H3 \geq 0$$

3. **Estructurar la presentación en forma de tabla**.

Consiste en poner la forma estándar en forma de tabla como se indica a continuación. A la base van las variables de holgura (variables básicas), en la columna ***CVB*** van los coeficientes de las variables de holgura de la función objetivo y a la columna ***bi*** van el valor de los lados derechos de las restricciones. La matriz se llena con los ***aíj.*** Analice la tabla siguiente y compárela con la forma estándar del

modelo.

Tabla simplex inicial

CVB	Cj		3	5	0	0	0	Bi/aij
	Base	Bi	X1	X2	H1	H2	H3	
0	H1	4	1	0	1	0	0	
0	H2	12	0	2	0	1	0	
0	H3	18	3	2	0	0	1	
	Zj							
	Cj - Zj							

4. **Calcular el valor de la fila Zj**. Suma de los productos que se obtiene de multiplicar los elementos de la columna CVB por los correspondientes elementos de la columna bi y aij de la j-ésima columna de la matriz A. Los valores de fila Zj correspondientes a las columnas bi, X1, X2, H1, H2 y H3 son los siguientes:

- Ox4 + Ox12 + Ox18 = 0; (este es el valor de la utilidad, Zj)
- Ox1 + OXO + OX3 = 0;
- Ox0 + Ox2 + Ox2 = 0;
- Ox1 + OXO + OXO = 0;
- OXO + Ox1 + OXO = 0;
- OXO + OXO + OX1 = 0;

La tabla inicial toma la siguiente forma:

Tabla simplex inicial

CV B	Cj		3	5	0	0	0	Bi/aij
	Base	Bi	X1	X2	H1	H2	H3	
0	H1	4	1	0	1	0	0	
0	H2	12	0	2	0	1	0	
0	H3	18	3	2	0	0	1	
	Zj	0	0	0	0	0	0	
	Cj - zj							

5. **Calcular el valor de la fila Cj-Zj**.

   Los valores serán los siguientes: 3 – 0 = 3;

   5 – 0 = 5;

   0 – 0 = 0;

   0 – 0 = 0;

   0 – 0 = 0.

   La tabla inicial toma la forma siguiente:

Tabla simplex inicial

CVB	Cj		3	5	0	0	0	Bi/aij
	Base	Bi	X1	X2	H1	H2	H3	
0	H1	4	1	0°	1	0	0	
0	**H2**	**12**	**0**	**2***	**0**	**1**	**0**	
0	H3	18	3	2°	0	0	1	12/2=6
	Zj	0	0	0	0	0	0	18/2=9
	Cj - zj		3	5	0	0	0	

Variable que entra (Columna pivote)

Variable que sale (Fila pivote)

Esta tabla da la primera solución al problema, corresponde al origen en la solución gráfica y que puede expresarse de dos formas:

1. Las variables que están en la base y que en este caso son H1, H2 y H3 tienen valores de 4, 12 y 18 respectivamente, esto se observa en la columna bi. Las variables no básicas (que no están en la base) y que en nuestro caso son X1 y X2 tienen valores de cero. La utilidad se la ve en la fila Zj columna bi. En nuestro caso es cero.

Esta solución corresponde al punto A del método gráfico. Significa que se producen 0 unidades del producto A y 0 unidades del producto B; los recursos, es decir el tiempo de cada máquina no ha sido utilizado; y, la utilidad es de cero.

Variables básicas: H1= 24;

H2= 12; H3= 18 Variables

no básicas: X1= 0; X2= 0

Utilidad: Z=0

2. Variables de decisión y variables de holgura. En nuestro caso las variables de decisión son X1 y X2 y como no están en la base tienen valores de cero; y, las variables de holgura que en nuestro caso son H1, H2 y H3 que por estar en la base toman los valores de la columna bi, en este caso 4, 12 y 18 respectivamente. La utilidad es cero.

Variables de decisión: X1=

0; X2= 0 Variables de

holgura: H1= 4; H2=12;

H3=18 Utilidad: Z= 0

6. Observando la fila de evaluación (última fila de la tabla), elegir la variable que entra a la base. Se elige la variable que ocasione un incremento más alto por unidad en el valor de la función objetivo para el caso de maximización. En el ejemplo que estamos tratando la variable con un coeficiente más alto en la fila de evaluación es X2. Es como si preguntáramos, qué conviene producir más, el producto 1 (X1) o el producto 2 (X2). La respuesta será, el producto que nos proporcione la mayor utilidad, en este caso el producto 2 (tiene como

utilidad 5 en contra del producto 1 que tienen como utilidad 3), La columna que pertenece a esta variable se llama columna pivote y que en la tabla anterior se presenta en **negrita**.

7. Determinar la variable que sale de la base aplicando la prueba del cociente mínimo. Será la que tenga el menor de los cocientes bi/aij (condición de factibilidad, tanto para problemas de maximización como para los de minimización). Es como si preguntáramos, cuántas unidades del producto 2 se pueden producir con los recursos que se disponen. Para ello dividimos, los recursos disponibles (columna bi) para la cantidad de recurso que utiliza cada unidad del producto 2 (columna X2). No se toman en cuenta los valores de cero o valores negativos (que en esta primera tabla no existen). Los valores se anotan en la columna bi/aij de la tabla anterior. Para el caso presente será 12 / 2 = 6 que indica que H2 es la variable que sale. La fila de esta, variable se llama fila pivote y que en la tabla anterior aparece en **negrita**.
8. Determinar el elemento pivote (cruce de la fila pivote y columna pivote), 2* para el ejemplo.
9. Construimos una nueva tabla (segunda tabla simplex mejorada). Los valores de las dos primeras

filas nunca cambian. En la base en lugar de H2 que es la variable que sale irá X2 que es la variable que entra a la base; y en la columna CVB en lugar de 0 (coeficiente de la variable que sale) Irá el coeficiente de la variable que entra, en este caso 5. Ver el cambio en la segunda tabla simplex mejorada (parcial).

10. Calculamos los coeficientes de la fila que entra (fila pivote) a la nueva tabla (fila de X2). Dividimos los coeficientes que tiene la variable que sale (fila de H2) para el pivote. Esto se llama cálculo de tipo 1. Es decir: 12/2 = 6; 0/2 = 0; 2/2 = 1; 0/2 = 0; 1/2 = ½; 0/2 = 0. Ver los valores de la fila X2 en la siguiente tabla.

Segunda tabla simplex mejorada (parcial)

CVB	**Cj**		**3**	**5**	**0**	**0**	**0**	**Bi/aij**
	Base	**Bi**	**X1**	**X2**	**H1**	**H2**	**H3**	
0	H1							
5	X2	6	0	1	0	½	0	
0	H3							
	Zj							
	Cj - zj							

11. Obtenemos los elementos de la fila H1 (cálculo de tipo 2). Utilizamos la siguiente fórmula:

    Coeficiente aij = Valor anterior– Valor de la nueva

fila (calculada en 10) multiplicada por el semipivote correspondiente a la fila que estamos calculando.

¿Cómo calculamos el nuevo valor para la fila de H1?

Coeficiente aij = El valor de H1 en la tabla anterior es 4 – el valor de la nueva fila calculada en el numeral 10 que es 6 multiplicada por el semipivote correspondiente a la fila H1 que es 0.

$$=4 – (6x0) =4$$

Los valores de la fila H1 serán los siguientes, observe que son los mismos de la tabla inicial, esto se da porque el semipivote es cero (0). Tome en cuenta este detalle.

4 – (6 x0)	=	4
1 – (0x0)	=	1
0 – (1 x0)	=	0
1 – (0x0)	=	1
0 – (½x0)	=	0
0 – (0x0)	=	0

Los valores de la fila H3 serán los siguientes:

Coeficiente aij = El valor de H3 en la tabla anterior es 18, menos, el valor de la nueva fila calculada en el numeral 10, que es 6, multiplicada por el semipivote correspondiente a la fila H3 que es 2.

$$18 – (6 x 2) = 6$$

Los siguientes valores serán:

$18 - (6 \times 2) = 6$

$3 - (0 \times 2) = 3$

$2 - (1 \times 2) = 0$

$0 - (0 \times 2) = 0$

$0 - (\frac{1}{2} \times 2) = -1$

$1 - (0 \times 2) = 1$

La segunda tabla simplex parcial mejorada es la siguiente:

Segunda tabla simplex parcial mejorada parcial

CVB	Cj		3	5	0	0	0	Bi/aij
	Base	Bi	X1	X2	H1	H2	H3	
0	H1	4	1	0	1	0	0	
5	X2	6	0	1	0	½	0	
0	H3	6	3	0	0	-1	1	
	Zj							
	Cj - zj							

12. Determinamos los valores de las filas Zj y Cj-Zj. (Ver pasos 4 y 5). La forma de la segunda tabla simplex mejorada, será la siguiente:

Segunda tabla simplex mejorada

CVB	Cj		3	5	0	0	0	Bi/aij
	Base	Bi	X1	X2	H1	H2	H3	
0	H1	4	1°	0	1	0	0	4/1= 4
5	X2	6	0°	1	0	½	0	
0	H3	6	3*	0	0	-1	1	6/3= 2
	Zj	30	0	5	0	5/2	0	
	Cj - zj		3	0	0	-5/2	0	

Nueva variable que entra

Variable que sale

La segunda tabla da la siguiente solución y que corresponde al punto (0,6) del método gráfico:

Variables de decisión: X 1 = 0; X2 = 6

Variables de holgura: H1 = 4; H2 = 0; H3 = 6

Utilidad: Z = 30

13. Si la fila Cj-Zj tiene valores de cero o menores de cero (para el caso de maximización), se termina el proceso iterativo.

Criterio para detener las iteraciones:
Se ha llegado a la solución óptima por el método simplex, cuando todos los elementos de la fila de evaluación neta

14. Si no se cumple el criterio para detener las iteraciones, se vuelve al paso 6. En nuestro caso no se cumple ya que hay un 3 positivo en la columna X1. Considerando las instrucciones 6 y 7, se determina que la variable que entra es X1 y la

variable que sale es H3. La instrucción 8 determina que el elemento pivote para la nueva tabla es 3*. Según las instrucciones 9 y 10, la tercera tabla simplex parcial mejorada será la siguiente:

Tercera tabla simplex parcial mejorada

CVB	Cj		3	5	0	0	0	Bi/aij
	Base	Bi	X1	X2	H1	H2	H3	
0	H1							
5	X2							
3	X1	2	1	0	0	-1/3	1/3	
	Zj							
	Cj - zj							

15. Luego de hacer los cálculos correspondientes, la tercera tabla simplex mejorada es la siguiente:

Tercera tabla simplex mejorada

CVB	Cj		3	5	0	0	0	Bi/aij
	Base	Bi	X1	X2	H1	H2	H3	
0	H1	2	0	0	1	1/3	-1/3	
5	X2	6	0	1	0	1/2	0	
3	X1	2	1	0	0	-1/3	1/3	
	Zj	36	3	5	0	3/2	1	
	Cj - zj		0	0	0	-3/2	-1	

16. Según la instrucción 14, el criterio para detener las iteraciones se cumple; por lo tanto, se ha llegado a la tabla final, es decir, a la solución del problema.

En esta última se analizan los valores de las variables de decisión, la situación de los recursos o variables de holgura. Compare con las obtenidas por el método gráfico.

La solución al problema se puede dar de dos formas:

a. Variables de decisión: X1= 2; X2= 6

   Variables de holgura: H1=2; H2=0; H3=0

   Utilidad: Z= 36

b. Variables básicas: X 1 = 2 X 2 = 6 y H 1 = 2

   Variables no básicas: H2 = 0 y H3 = 0

   Utilidad: Z = 36

El reporte técnico para el gerente será: Se deben fabricar 2 lotes del producto 1 (puertas de vidrio con marco de aluminio) y 6 lotes del producto 2 (ventanas con marco de madera) para que la utilidad máxima sea de $ 36. Se utiliza todo el tiempo disponible en ¡as plantas 2 y 3, mientras que en la planta 1 sobran 2 horas.

En el siguiente enlace encontrará más ejercicios resueltos y para resolver.

http://gc.initelabs.com/recursos/files/r157r/w13108w/matenegocios_unidad%203.pdf

Ejemplo Didáctico para minimización

Una empresa elabora dos productos A y B. Con base en una investigación de mercados se ha determinado que la producción de los dos productos debe ser de por lo menos

350 unidades mensuales. Por otro lado, se debe satisfacer también un pedido de un cliente importante de 125 unidades mensuales de producto A. El producto A requiere de 2 horas por producto para ser elaborado, en tanto que el producto B requiere de 1 hora para ser elaborado; existen disponibles 600 horas de tiempo de procesamiento para el siguiente mes. El objetivo de la empresa es satisfacer los requerimientos planteados incurriendo en un costo de producción mínimo. Los costos de producción son de $2,00 USD por unidad para el producto A y de $3,00 USD para el producto B.

Para resolver este problema por el método simplex, Vamos a seguir los pasos dados para los problemas de maximización; pero ponga atención a los pequeños cambios.

1. **Desarrollar el modelo**. El modelo para el problema planteado es el siguiente:

   Minimizar $Z = 2X1 + 3X2$

   Sujeto a:

   $X1 + X2 \geq 350$ **(Requerimiento de producción)**

   $X1 \geq 125$ **(Demanda producto A)**

   $2X1 + X2 \geq 600$ **(Tiempo disponible para procesamiento)**

   $X1 ; X2 \geq 0$ **(Condición de no negatividad)**

2. **Estructurar la presentación en forma estándar**:

Restamos una variable de excedente (E) y sumamos una variable artificial (A) a las restricciones primera y segunda y sumamos una variable de holgura (H) únicamente a la tercera restricción.

Forma estándar:

Minimizar Z= 2X1 + 3X2+ 0E1+ 0E2+ 100A1+ 100A2+ 0H1

Sujeto a:

X1 + X2 – E1 +A1 = 350 (1)

X1 - E2 +A2 = 125 (2)

2X1 + X2 + H1 = 600 (3)

X1; X2; E1; E2; A1; A2; H1 ≥ 0

Las variables artificiales o auxiliares sólo se utilizan para poder iniciar con el método simplex, éstas no significan nada y no deben aparecer en la solución final, salvo casos especiales. Para eliminar de la base estas variables, asignamos a éstas un costo elevado, es decir le asignamos un coeficiente elevado en la función objetivo. En nuestro caso le damos un costo o un valor de 100 a las variables A1 y A2.

3. **Presentación en forma de tabla:** En este caso las variables que van a la base son las artificiales de la primera y segunda restricción y la de holgura de la tercera restricción. Analice la tabla siguiente y compárela con la

forma estándar del modelo.

Tabla inicial simplex

CVB	Cj		2	3	0	0	100	100	0	Bi/aij
	Base	Bi	X1	X2	E1	E2	A1	A2	H3	
100	A1	350	1	1	-1	0	1	0	0	
100	A2	125	1	0	0	-1	0	1	0	
0	H3	600	2	1	0	0	0	0	1	
	Zj									
	Cj - zj									

4. **Calcular el valor de la fila Zj**: Suma de los productos que se obtiene multiplicando los elementos de la columna CVB por los correspondientes elementos aij de la j-ésima columna de la matriz A. Los valores de fila Zj correspondientes a las columnas bi y X1 se calculan de la forma siguiente:

100*350 = 35000

100*125 = 12500

0*600 = 0

COSTO = 47500

100*1= 100

100*1= 100

0*2= 0

COSTO= 200

Calcule usted los valores para las demás columnas de esta fila

5. **Calcular el valor de la fila Cj-Zj**: La tabla siguiente muestra el resultado de los pasos 4 y 5.

Tabla inicial simplex

CVB	Cj		2	3	0	0	100	100	0	Bi/aij
	Base	Bi	X1	X2	E1	E2	A1	A2	H3	
100	A1	350	1°	1	-1	0	1	0	0	350/1=350
100	A2	125	1*	0	0	-1	0	1	0	125/1=125
0	H3	600	2°	1	0	0	0	0	1	600/2=300
	Zj	47500	200	100	-100	-100	100	100	0	
	Cj - zj		-198	-97	100	100	0	0	0	

Variable que entra a la base

Variable que sale

De la tabla anterior se desprende la primera solución básica factible. Esta solución corresponde al origen del método grafito. Significa que se producen 0 unidades del producto A y 0 unidades del producto B; los recursos no han sido utilizado y, el costo por esta producción hipotética es $ 47 500.

6. Elegir la variable que entra a la base (variable de entrada). Se elige la variable que ocasione una reducción más alta por unidad en el valor de la función objetivo. En el ejemplo que estamos

tratando la variable con un coeficiente más bajo en la fila de evaluación es X1. Es como si preguntáramos, qué conviene producir más, el producto A (X1) ó el producto B (X2). La respuesta será, el producto que nos proporcione el menor costo, en este caso A (coeficiente —198). La columna que pertenece a esta variable se llama columna pivote y que está en negrita en la tabla anterior.

7. Determinar la variable que sale de la base (variable de salida). Será la que tenga el menor de los cocientes bi/aij. Para el caso presente es A2 (125/1) la variable que sale. La fila de esta variable se llama fila pivote y que en la tabla anterior aparece en negrita.
8. Determinar el pivote, (cruce de la fila pivote y columna pivote), 1* para el ejemplo.
9. Construimos una nueva tabla (segunda tabla mejorada). Los valores de las dos primeras filas nunca cambian. En la base en lugar de A2 que es la variable que sale irá X1 que es la variable que entra a la base; y en la columna CVB en lugar de 100 (coeficiente de la variable que sale) irá el coeficiente de la variable que entra, en este caso 2.
10. Calculamos los coeficientes del renglón pivote

para la nueva tabla. Cálculo de tipo 1.

11. Obtenemos los coeficientes de la fila Al y H3 (cálculo de tipo 2). Utilizamos la misma fórmula dada para el problema de maximización.
12. Se obtienen los coeficientes de la fila Zj. (ver paso 4).
13. Se obtienen los coeficientes de la fila de evaluación neta Cj – Zj. (ver paso 5). La tabla simplex mejorada es la siguiente:

Segunda Tabla simplex mejorada

CVB	Cj		2	3	0	0	100	100	0	Bi/aij
	Base	Bi	X1	X2	E1	E2	A1	A2	H3	
100	A1	225	0	1	-1	1°	1	-1	0	225/1=225
2	X1	125	1	0	0	-1°	0	1	0	
0	H3	350	0	1	0	2*	0	-2	1	350/2=175
	Zj	22750	2	100	-100	98	100	-98	0	
	Cj - zj		0	-97	100	-98	0	198	0	

Esta segunda tabla da la siguiente solución y que corresponde a un punto extremo de la región factible del método gráfico:

Variables de decisión: X2 = 0 y X1 = 125

Costo = 22 750

14. Sí la fila Cj-Zj tiene valores de cero o mayores de 0, se termina el proceso iterativo.

Criterio para detener las iteraciones:
Se ha llegado a la solución óptima por el método simplex, cuando todos los elementos de la fila de evaluación neta (Cj – Zj) son cero o positivos, para problemas de minimización.

15. Si no se cumple el criterio para detener las iteraciones se vuelve al paso 6. En nuestro caso este criterio no se cumple. Volvemos al paso 6. Determinamos que la variable que entra es E2 (-98 en la fila de evaluación) y la que sale es H3. Siguiendo con los cálculos llegamos a una tercera tabla

Tercera Tabla simplex mejorada

CVB	Cj		2	3	0	0	100	100	0	Bi/aij
	Base	Bi	X1	X2	E1	E2	A1	A2	H3	
100	A1	50	0	½*	-1	0	1	0	-1/2	50/0,5=100
2	X1	300	0	½°	0	0	0	0	½	300/0,5=600
0	E2	175	0	½°	0	1	0	-1	½	175/0,5=350
	Zj	5600	2	51	-100	0	100	0	-49	
	Cj - zj		0	-48	100	0	0	100	49	

Como el criterio no se cumple tenemos necesidad de otra iteración. Usted podrá determinar que la variable que entra es ahora X2 (-48 en la fila de evaluación) y la que sale es A1. Realizando los cálculos correspondientes llegamos a la siguiente tabla:

Tabla simplex final

CVB	Cj		2	3	0	0	100	100	0	Bi/aij
	Base	Bi	X1	X2	E1	E2	A1	A2	H3	
3	X2	100	0	1	-2	0	2	0	-1	
2	X1	250	1	0	1	0	-1	0	1	
0	E2	125	0	0	1	1	-1	-1	1	
	Zj	800	2	3	-4	0	4	0	-1	
	Cj - zj		0	0	4	0	96	100	1	

16. El criterio se cumple. La solución al problema es la siguiente, comparar con la solución obtenida por el método gráfico.

    Variables de decisión: X1 = 250 y X2 = 100

    Variable de holgura: H3 = 0

    Variable de excedente E2 = 125

    Costo: C = 800

    El reporte técnico será el siguiente: Para minimizar los costos de producción se deben fabricar 250 galones del producto A y 100 galones del producto B. Se está produciendo 125 galones más de lo especificado para el producto A (X1 =125); la producción combinada cumple con lo mínimo establecido (X1 + X2 = 350). Se utiliza todo el tiempo disponible para la producción y el costo mínimo es de $ 800.

Actividades de la unidad 3

Realice las siguientes actividades, hágalas a conciencia, le servirán para mejorar el aprendizaje

3.1. Siguiendo el proceso anteriormente explicado (método simplex), resuelva el siguiente modelo matemático de minimización. Utilice primero el método gráfico. La RF es un punto.

Z(min)= 0,4X1 + 0,5X2

Sujeto a:

0,3X1 + 0,1X2 ≤ (1)

0,5X1 + 0,5X2 ≤ (2)

0,6X1 + 0,4X2 ≤ (3)

Nota: Las variables artificiales tendrán un coeficiente grande. Esto porque se trata de un problema de minimización y se desea que las variables artificiales salgan de la base lo antes posible. Para el ejemplo, utilice un valor de 10.

Autoevaluación Unidad 3

Resuelva el siguiente cuestionario, hágalo de forma consciente, sin consultar la guía, luego, puede consultar las respuestas que se encuentran en el solucionario de la guía, esto mejora su aprendizaje:

1. Este método se emplea con un proceso interactivo, o sea, que se usa sucesivamente la misma rutina básica de cálculo, lo que da por resultado una serie de soluciones sucesivas

hasta que se encuentra la mejor.

Verdadero

Falso

2. Una característica básica del método Simplex es que la última solución produce una contribución tan grande o mayor que la solución previa en un problema de maximización, lo que da la seguridad de llegar finalmente a la respuesta óptima.

Verdadero

Falso

3. El método Simplex se utiliza para resolver problemas de programación lineal en los que intervienen tres o más variables.

Verdadero

Falso

4. El método simplex es muy importante en el área empresarial ya que lo utilizan para obtener solución a los problemas de las empresas en cuanto a inventario, ganancias y pérdidas.

Verdadero

Falso

5. Una holgura representa la cantidad disponible del recurso que excede a la utilización que se le da.

Verdadero

Falso

6. Una variable artificial es un truco matemático para convertir inecuaciones ">=" en ecuaciones, o cuando aparecen igualdades en el problema original, la característica principal de estas variables es que no deben formar parte de la solución, dado que no representan recursos.

Verdadero

Falso

7. Para toda restricción del tipo ≤ se adiciona una variable de holgura (H); para cada restricción del tipo ≥, se resta primero una variable de excedente (E) y luego se suma una variable artificial (A); y, para cada restricción del tipo =, se suma una variable artificial únicamente.

Verdadero

Falso

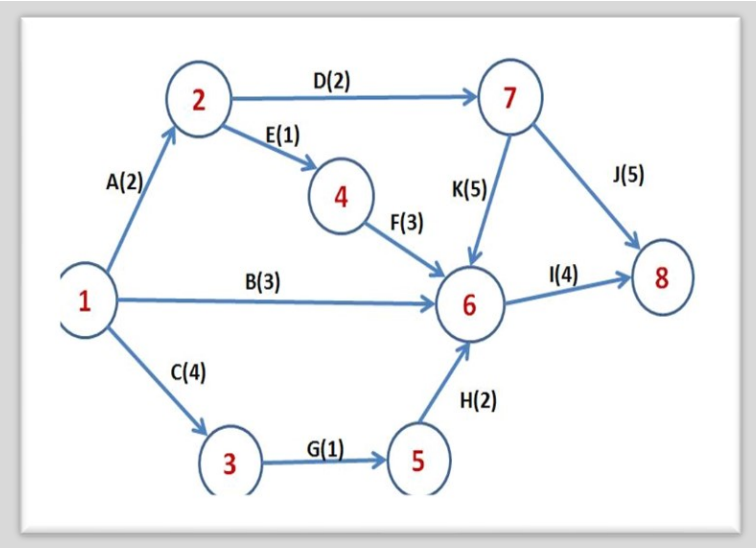
8. Seleccione la respuesta correcta: Se puede usar con funciones objetivo muy sinuosas pues en las primeras iteraciones busca el mínimo más ampliamente y evita caer en mínimos locales fácilmente.

A. El enunciado es una ventaja del método simplex

B. El enunciado es una desventaja del método simples

B. El enunciado corresponde a la función objetivo

C. El enunciado no tiene coherencia.



Desarrollo de contenidos Unidad 3

Introducción

Los modelos de redes nos permiten resolver exitosamente muchos problemas administrativos en áreas como el diseño de transporte, de sistemas de información y programación de proyectos. En este capítulo y que corresponde al 11 del texto guía, se estudia el problema de la ruta más corta. La clave para el éxito al aplicar modelos de redes en la solución de problemas radica en ver la forma en la que se puede representar un problema con un modelo de red. Aunque algunos planteamientos de redes son evidentes, en otros se puede requerir de una considerable imaginación para desarrollar la representación de red adecuada. En cualquier

caso, una vez que se ha desarrollado la representación de red, se tienen disponibles algoritmos especializados de solución para resolver el problema.

El objetivo de "el problema de la ruta crítica" consiste en determinar la ruta más corta o el camino más reducido a través de la red. El Método Pert persigue programar, evaluar, revisar y dirigir cambios que permitan la ejecución de un proyecto en condiciones favorables.

En muchos casos, los administradores tienen la responsabilidad de planear, programar y controlar proyectos que constan de numerosas actividades que son llevadas a cabo por diversos departamentos, personas, etc. Con frecuencia estos proyectos son tan grandes y/o tan complejos que no es posible que el administrador tenga en mente toda la información relativa al plan, al programa y al avance de su proyecto. En estas situaciones, las técnicas denominadas PERT y CPM han demostrado ser extremadamente valiosas para ayudar a los administradores en la responsabilidad de los proyectos.

Existen paquetes de computación que manejan este tipo de problemas, uno de ellos es el MS Projet. Este software puede manejar muchas actividades y determinar la ruta crítica, con sólo introducir los datos para el problema. El objet[i]vo de este capítulo, es dar una visión muy general de una técnica que le permita a usted conocer el avance de las diversas actividades

de las que consta un proyecto.

Construcción de una red pert

A continuación, se explica algunos aspectos a considerar para la construcción de una red PERT:

- Una actividad puede identificarse por un círculo, un rectángulo o una flecha. El texto utiliza el círculo.
- Toda actividad deberá empezar y terminar en dos eventos diferentes. Un evento es la terminación de una actividad.
- Cuando una actividad se representa por flechas, ésta no tiene sentido vectorial.
- Existen actividades que son ficticias, no representan nada, sólo se las ubica para completar una red.

A continuación, le indicamos la simbología en una red PERT que utilizaremos.

A= Nombre de la actividad

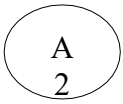
T= Tiempo de duración de la actividad

ES= Tiempo de inicio más cercano de una actividad

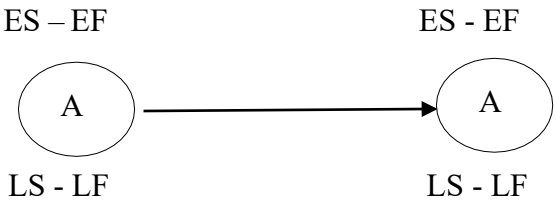
EF= Tiempo de terminación más cercano de una actividad

LS= Tiempo de inicio más tardío de una actividad

LF= Tiempo de terminación más tardío de una actividad



= Actividad A con un tiempo de duración de 2 unidades de tiempo



Requerimiento de información

Para utilizar PERT, se necesita dos tipos de información para cada actividad en el proyecto. Los requerimientos de secuencia para una actividad deben ser conocidos antes de iniciar una actividad específica. Además, se requiere de un estimado de tiempo que tomará cada actividad.

Tiempos de actividad conocidos

Normalmente el que diseña un proyecto conoce de las actividades necesarias para la ejecución del mismo, la secuencia y el tiempo requerido para cada actividad. Cuando se conoce con exactitud el tiempo (que es normal que esto ocurra), estamos ante el caso de un proyecto con tiempos de actividad conocidos.

Ejemplo pedagógico:

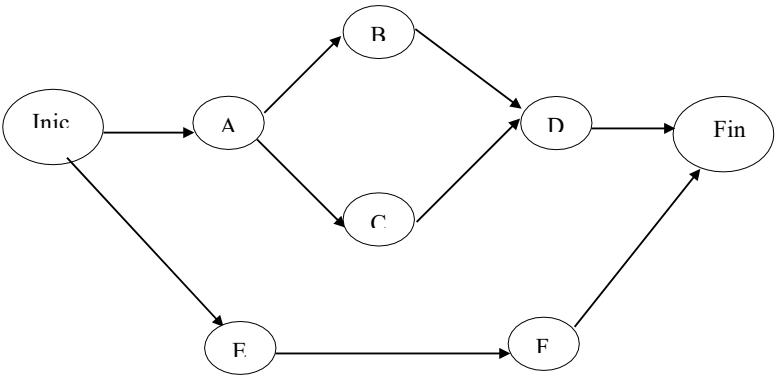
Desarrollemos el diagrama de red para el ejemplo. En la tabla se presenta el nombre de la actividad, actividad "A" por ejemplo, que en la vida real podría ser una investigación de mercado. Se presentan también los antecesores inmediatos y el tiempo de duración de la misma. El diagrama de red para

este problema se presenta a continuación de la tabla:

Actividades y tiempos para un proyecto

ACTIVIDAD	ANTECESOR INMEDIATO	TIEMPO ESTIMADO (días)
A B C	Ninguno A	2
D E	A B,C	3
F	Ninguno E	4
		6
		2
		8

Diagrama de Red PERT



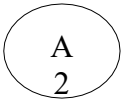
La ruta crítica

En el texto se explican con claridad cómo se calcula los tiempos ES, EF, LS y LF. Sin embargo, le explicamos primero, con el ejemplo de la actividad A y D, cómo se calcula el ES y el EF en estas actividades.

Actividad A.- No tiene antecedente inmediato, tiene un tiempo de duración de 2 días y ésta activ[i]dad debe terminar antes de que pueda iniciarse con las actividades B y C. ¿Cuándo puede iniciar esta actividad?, el día cero; por lo

tanto, el ES de la actividad A es 0. ¿Cuándo puede terminar esta actividad si su tiempo de duración es de 2 días?; dos días después, por lo tanto, su EF es 2.

ES=0 EF= 2 (De la resta de 2-0)



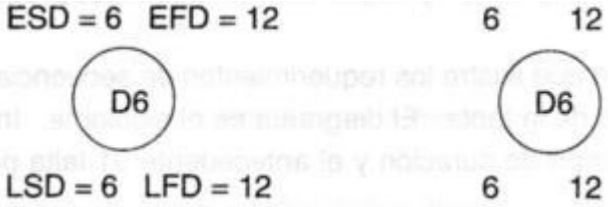
Actividad D.- Esta actividad exige que hayan terminado las actividades B y C, su tiempo de duración es de 6 días y es una de las actividades últimas del proyecto. La actividad B termina en el día 5 y la actividad C termina en el día 6; por lo tanto, la actividad D puede iniciar luego de que C termina, es decir en el día 6. El ES = 6 y el EF = 12**.**

Terminado este proceso se tiene el diagrama de red como el que se muestra en la figura 11.2 del texto guía, en la página 442.

Ahora se explica cómo calcular los tiempos LS y LF para el proyecto. En la figura 11 -3 de la página 443 del texto guía, usted tiene los tiempos más cercanos para iniciar y terminar las actividades del proyecto y los tiempos más tardíos para iniciar y terminar las actividades del mismo. Para calcular los tiempos más tardíos, se inicia con la última actividad del proyecto que para el ejemplo es la actividad D y la actividad F.

Actividad D.- Esta actividad termina el día 12, el tiempo más tardío para terminar esta actividad será 12 (LF de la

actividad D). El tiempo de duración es de 6 días, por lo tanto, el tiempo más tardío para iniciar esta actividad (LS de la actividad D) será 12 menos 6, es decir el día 6.



De esta forma debe continuar con el cálculo para las demás actividades hasta llegar a la actividad A.

Holgura y ruta crítica

La **Holgura**, se refiere al número de unidades de tiempo (para el ejemplo que se está desarrollando son días) que una actividad puede retrasarse sin que el proyecto total se demore más allá de su fecha límite programada. El concepto de holgura para una actividad supone que todas las demás actividades se cumplirán dentro del tiempo planeado.

Si el plazo límite del proyecto es igual a la duración de la ruta crítica, entonces todas las actividades con cero holguras deben estar en la ruta crítica.

Para determinar la ruta crítica se calcula la holgura de cada actividad de acuerdo a la siguiente relación:

Holgura = LS – ES u Holgura = LF – EF

Los resultados del cálculo de la holgura, que determinan la ruta crítica, deben presentarse en forma de tabla como se presenta a continuación:

Holgura para las actividades

ACTIVIDAD	LS	ES	HOLGURA
A	0	0	0
B	3	2	1
C	2	2	0
D	6	6	0
E	2	0	2
F	4	2	2

Del cuadro anterior, se determina que las actividades que conforman la ruta crítica son: A, C y D, en las cuales los tiempos asignados no pueden variarse, es decir, no se puede atrasar la ejecución de dichas actividades; y, en las actividades B, E y F, se tiene tiempos de 1, 2 y 2 respectivamente, para poder variar la duración de dichas actividades sin alterar el uso de los recursos asignados a cada actividad.

Actividades de la unidad 4

Realice las siguientes actividades, hágalas a conciencia, le servirán para mejorar el aprendizaje

4.1. Considerar los siguientes datos para las actividades de un proyecto:

ACTIVIDAD	ANTECESOR INMEDIATO	TIEMPO ESTIMADO (días)
A	Ninguno	5
B	Ninguno	4
C	B	7
D	B	3
E	C,D	4
F	E	2

a. Construya el diagrama de red PERT para el proyecto
b. Calcule los ES, EF, LS y LF, para cada actividad y haga constar en la red
c. Determine la holgura y la ruta crítica para el proyecto
d. Determine el tiempo de duración del proyecto
e. Resuelva los literales a, b, c y d, asumiendo los datos del ejercicio 4.1, variando el valor de la actividad C con un valor de 9.

Autoevaluación Unidad 4

Resuelva el siguiente cuestionario, hágalo de forma consciente, sin consultar la guía, luego, puede consultar las respuestas que se encuentran en el solucionario de la guía, esto mejora su aprendizaje:

1. Los modelos de redes nos permiten resolver exitosamente

muchos problemas administrativos en áreas como el diseño de transporte, de sistemas de información y programación de proyectos.

Verdadero

Falso

2. El objetivo de "el problema de la ruta crítica" consiste en determinar la ruta más corta o el camino más reducido a través de la red.

Verdadero

Falso

3. El Método PERT persigue programar, evaluar, revisar y dirigir cambios que permitan la ejecución de un proyecto en condiciones favorables.

Verdadero

Falso

4. Para utilizar PERT, se necesita dos tipos de información para cada actividad en el proyecto. Los requerimientos de secuencia para una actividad deben ser conocidos antes de iniciar una actividad específica. Además, se requiere de un estimado de tiempo que tomará cada actividad.

Verdadero

Falso

5. En su etapa preliminar, el método PERT incluye lo siguiente: el desglose preciso del proyecto en tareas, el cálculo de la duración de cada tarea, la designación de un

director del proyecto que se encargue de asegurar la supervisión de dicho proyecto, de informar, en caso de ser necesario, y de tomar decisiones en caso de que existan variaciones de las proyecciones.

Verdadero

Falso

6. Señale la respuesta correcta, que relacione a los elementos de una red PERT .

A. Tareas

B. Tareas ficticias

C. Etapas

D. Todas las respuestas son correctas

7. El Diagrama PERT es un método para la planificación de proyectos sofisticado y algo más complejo que otro tipo de diagramas. Tiene algunas similitudes con el Diagrama CPM, pero se centra más en la relación entre las tareas que en los tiempos de implementación.

Verdadero

Falso

Solución para Autoevaluación Capítulo 1

1. Verdadero
2. Verdadero
3. Verdadero
4. Verdadero
5. Verdadero
6. Verdadero
7. Verdadero
8. Verdadero
9. D
10. F

Solución para el ejercicio 2.1.

El modelo de programación lineal será:

Maximizar Z= 3000X1 + 4000X2 Sujeto a:

X1 ≤ 4 (Tiempo de producción planta 1)

2X2 ≤ 12 (Tiempo de producción planta 2)

2X1 + 2X2 ≤ 18 (Tiempo de producción planta 3)

X1; X2≥ 0 (Condición de no negatividad para las variables de decisión) Valores calculados para las variables: 6 lotes para X1 y 2 lotes para X2, para una utilidad de

Solución para el ejercicio 2.2.

El modelo de programación lineal será:

Maximizar Z= 3000X1 + 4000X2 Sujeto a:

$X1 \leq 4$

$2X2 \leq 12$

$2X1 + 2X2 \leq 18$

$X1; X2 \geq 0$

Valores calculados para las variables: 6 lotes para X1 y 2 lotes para X2, para una utilidad de

Solución para el ejercicio 2.3.

El modelo de programación lineal será:

Minimizar Z= 0,04X1 + 0,07X2 Sujeto a:

$X1 + X2 \geq 30000$ (unidades de yogurt)

$0,5X1 + 0,2\ X2 \leq 9000$ (Productos de fermentación)

$X1; X2 \geq 0$ (Condición de no negatividad)

Valores calculados para las variables: 10000 para X1 y 20000 para X2, para un costo de

$1800,00 USD.

Solución para la Autoevaluación Unidad 2

1. Verdadero
2. Verdadero
3. Verdadero
4. Verdadero
5. Verdadero
6. Verdadero

7. A
8. Verdadero

Solución para la Autoevaluación Unidad 3

1. Verdadero
2. Verdadero
3. Verdadero
4. Verdadero
5. Verdadero
6. Verdadero
7. Verdadero
8. A

Solución para el ejercicio 3.1.

X1= 7,5

X2= 4,5

E3= 0,3

Z(min)= 5,25

Solución para la Autoevaluación Unidad 4

1. Verdadero
2. Verdadero
3. Verdadero
4. Verdadero
5. Verdadero
6. D
7. Verdadero

Glosario

- **Modelo de programación lineal**: Modelo matemático que representa un modelo de programación lineal.
- **Método gráfico**: Un método para resolver problemas de PL con dos variables de decisión en una gráfica bidimensional.
- **Función Objetivo**: La parte de un modelo matemático de PL que expresa el problema que se va a dar solución como optimización (maximización o minimización).
- **Variable de decisión**: Valor que se requiere determinar para resolver el modelo y se representan con letras. Ejemplo: X, Y, A, etc.
- **Restricción**: Limitación sobre los valores factibles de las variables de decisión.
- **Restricción de no negatividad**: Expresa que los resultados del cálculo de las variables de decisión deben ser iguales o mayores a cero, nunca pueden tener valores negativos.
- **Región Factible**: Refiere a la región geométrica que contiene todas las soluciones factibles.
- **Solución Factible**: Respuestas a las variables después de satisfacer todas las

restricciones.

- **Solución óptima factible**: Respuesta a las variables que generan la máxima utilidad o el mínimo uso de los recursos.
- **PERT** - Técnica de Evaluación y Revisión de Proyectos. El método PERT (Project Evaluation and Review Techniques), es un algoritmo basado en la teoría de redes diseñado para facilitar la planificación de proyectos.
- **Variable de holgura**. Variable agregada al lado izquierdo de una restricción de "menor o igual que" para convertir la restricción en una igualdad. El valor de esta variable comúnmente puede interpretarse como la cantidad de recurso no usado.
- **Coeficiente**: Número o parámetro que se escribe a la izquierda de una variable o incógnita y que indica el número de veces que este debe multiplicarse.
- El **método de la ruta crítica** o **del camino crítico:** es un algoritmo utilizado para el cálculo de tiempos y plazos en la planificación de proyectos. Este sistema de cálculo conocido por sus siglas en inglés CPM (Critical Path Method), fue desarrollado en 1957 en los Estados Unidos de América, por un centro de investigación de operaciones para las

firmas Dupont y Remington Rand, buscando el control y la optimización de los costos mediante la planificación y programación adecuadas de las actividades componentes del proyecto.

- **Método Simplex:** es un método analítico de solución de problemas de programación lineal capaz de resolver modelos más complejos que los resueltos mediante el método gráfico sin restricción en el número de variables.

Anexos

Anexo 1: algunas ideas que resumen la investigación de operaciones

1. La investigación de operaciones o los métodos cuantitativos son una disciplina que ayuda a la toma de decisiones mediante la aplicación de un enfoque científico a problemas administrativos que involucra factores cuantitativos. Como disciplina los métodos cuantitativos son un conjunto completo de conocimientos y técnicas con fundamento científico. Ayudan a la toma de decisiones administrativas.

2. Muchos problemas administrativos giran alrededor de factores cuantitativos como cantidades de producción, ingresos, costos, cantidades disponibles de recursos necesarios y otros. Al incorporar estos factores cuantitativos en un modelo matemático y aplicar procedimientos matemáticos para resolver el problema, los métodos cuantitativos brindan una forma singularmente poderosa para analizar problemas administrativos.

3. Históricamente, los gerentes han

dependido casi por completo de su propia intuición como instrumento primario para la toma de decisiones. Sin embargo, un administrador que basa la toma de decisiones solamente en la intuición no aprende.

4. Los administradores desempeñan un papel importante durante la abstracción, la formulación del modelo, la interpretación y más tarde, la ejecución de las decisiones. Por eso es esencial que usted comprenda:

a. Qué tipos de situaciones administrativas se prestan para ser representadas con modelos.

b. Cuáles son las posibilidades de reunir datos y analizar el modelo con miras a obtener recomendaciones o resultados (con inversión razonable de tiempo y dinero), y

C. Qué puede hacer usted para extraer el mayor valor posible del modelo en cuanto a la interpretación del mismo, y la puesta en práctica de la decisión resultante.

6. Un pequeño estudio informal de métodos cuantitativos puede realizarlo una sola persona. Pero es común que se empleen equipos con

experiencias diversas para realizar estudios más avanzados.

7. El equipo de métodos cuantitativos seguirá los siguientes pasos (no consecutivos) siguientes cuanto realice una investigación sistemática.

a. Definir el problema y recolectar datos. - En este paso, el equipo consultará con la administración para identificar con claridad el problema y asegurar los objetivos apropiados del estudio.

b. Formular el modelo matemático. - Nosotros conocemos ejemplos de modelos; por ejemplo, el plano de nuestra casa, es un modelo. Una ecuación matemática como 1

= C x i. Del mismo modo, el modelo matemático de un problema de negocios es el sistema de ecuaciones y las expresiones matemáticas relacionadas que describen la esencia el problema. El proceso de formulación de modelos es creativo. Se adquiere experiencia formulando modelos cada vez más complejos. Los modelos que podemos formular para los problemas planteados en cualquier texto, pueden ser bastantes diferentes a los que pueden presentarse en la vida real.

C. Resolver el modelo. - Existen paquetes de software para resolver el modelo. Un ejemplo es el Solver de Excel cuyo uso se explica en el texto guía.

d. Probar el modelo. - Cuando se tratan modelos que responden a problemas reales, se plantearán las siguientes preguntas: ¿Se han incorporado con precisión en el modelo todos los factores e interrelaciones relevantes del problema? ¿Parece que el problema brinda soluciones razonables? El objetivo es ir ajustando el modelo.

e. Aplicar el modelo. - Utilizarlo como sistema de apoyo a la toma de decisiones

8. La administración de cualquier organización debe tomar decisiones acerca de cómo asignar sus recursos a diversas actividades para cumplir mejor con los objetivos organizacionales. La PL es una poderosa herramienta para resolver problemas, que auxilia a la administración en la toma de decisiones. Se aplica tanto a organizaciones lucrativas como en las no lucrativas y gubernamentales. El recurso asignado a las actividades puede ser, por ejemplo, dinero, distintos tipos de personal, distintos tipos de maquinaria y equipo. Las actividades que requieren esos recursos pueden ser actividades de producción diversas (la fabricación de varios productos), actividades de comercialización (anuncio en diferentes medios),

actividades financieras (inversiones de capital), etc.

Al igual que las otras técnicas de los métodos cuantitativos, la programación lineal usa un modelo matemático, para resolver el problema que se estudia. La palabra *lineal* en el nombre se refiere a la forma de las expresiones matemáticas de este modelo. *Programación no* se refiere a programación en computadora; más bien es, en esencia, un sinónimo de planear. Así, la programación lineal significa *planeación de actividades* representadas por un modelo matemático *lineal.*

Los problemas de PL que tienen sólo dos variables de decisión, se pueden resolver por el *método gráfico.* Normalmente los problemas tienen más de dos variables de decisión y que para resolverlos hay que utilizar el método simplex o algún programa software.

Anexo 2: otros ejercicios resueltos de programación lineal

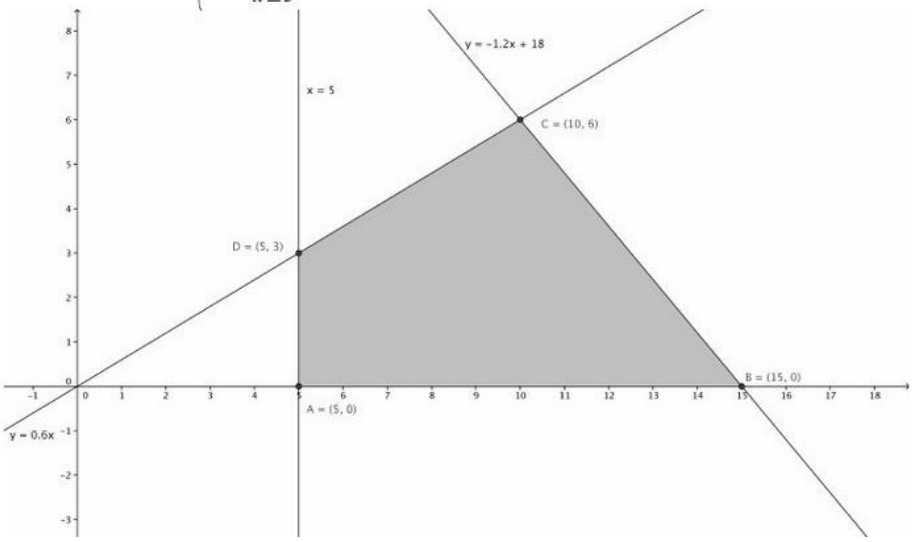
Sep.08) Un camión para el transporte de electrodomésticos cobra 25 euros por cada frigorífico de 0,6 m^2 de base y 22 euros por cada lavavajillas de 0,5 m^2 de base. El camión dispone de 9 m^2 como máximo para este tipo de carga. Por necesidades de demanda el número de lavavajillas no puede superar al 60% del número de frigoríficos. Se deben transportar como mínimo 5 frigoríficos. **1)** Dibuja la región factible. **2)** Determina el número de electrodomésticos de cada clase para que el beneficio obtenido con el transporte sea lo más grande posible. **3)** Calcula el beneficio máximo.

Solución.

Sean x = número de frigoríficos, y = número de lavavajillas.

Función objetivo: $f(x, y) = 25x + 22y$

Restricciones:
$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ 0{,}6x + 0{,}5y \leq 9 \\ y \leq 0{,}6x \\ x \geq 5 \end{cases}$$



Vértice	$f(x, y) = 25x + 22y$
A (5, 0)	125
B (15 , 0)	375
C (10 , 6)	382
D (5, 3)	191

Para que el beneficio sea máximo se deben transportar 10 frigoríficos y 6 lavavajillas. El beneficio máximo será 382 euros.

3.3 Ejemplos

3.3.1 Problema de maximización

Una empresa elabora dos productos, X y Y, para lo cual utiliza los materiales A y B. El producto X requiere 1 unidad del material A y 1 unidad del material B. El pro ducto Y requiere 3 unidades de A y 1 unidad de B. Las informaciones de los proveedores indican que deben comprarse como mínimo 300 unidades del material A y 200 del material B. El departamento de maquinado puede elaborar 500 unidades del producto X o 600 del producto Y, o cualquier combinación de éstos. El departamento de acabado dispone de un total de 2.800 minutos, de los cuales cada unidad de X consume cuatro minutos, y cada unidad de Y siete minutos. El departamento de ventas informa que puede venderse cualquier cantidad del producto X; no obstante, del producto Y a lo sumo pueden venderse 300 unidades. Los costos variables de producción ascienden a $12.00 y $8.00 para los productos X y Y, respectivamente. ¿Cuál es la forma más productiva para elaborar estos productos, sabiendo que, resuelto este problema por el método gráfico, los precios de venta son $16?00 y $12.00?

Indique:

A) Región de factibilidad

B) cantidad óptima que se debe producir de X y Y,

C) ganancia máxima.

Análisis

• Paso a. Se establece la función objetivo Z(máx.) = (16X + 12Y) - (12X + 8Y) Z(máx.) = 4X + 4Y

• Paso b. Se establecen las restricciones

-Por los materiales

$1X + 3Y \geq 300$

$1X + 1Y \geq 200$

- Por los departamentos

* Maquinado:

Si se producen $500X \rightarrow Y = 0$

Si se producen $600Y \rightarrow X = 0$

La relación $X/Y = 500/600$

$X = 5Y/6$ ó $Y = 6X/5$

La restricción queda

$6X/5 + Y \leq 600$

* Acabado

$4X + 7Y \leq 2800$

* Ventas

$Y \leq 300$

$X, Y \geq 0$

• Paso c. Se convierten las desigualdades en igualdades

$1X + 3Y = 300$ (1)

$1X + 1Y = 200$ (2)

$6X/5 + 1Y = 600$ (3)

$4X + 7Y = 2800$ (4)

Y = 300 (5)

¿Qué ecuación hace falta? ¿Sería conveniente introducirla?

• Paso d. Se traza el plano X, Y (en este caso es (x,y), teniendo en cuenta la restricción de no negatividad: X, Y ≥ 0).

Tema de análisis

El estudiante debe presentar el modelo en forma condensada (función objetivo y restricciones) y además desarrollar todos los literales.

(1) 1X + 3Y = 300 (≥)

X	Y
0	100
300	0

(2) 1X + 1Y = 200 (≥)

X	Y
0	200
200	0

(3) 6/5X + Y = 600 (≤)

X	Y
0	600
500	0

(4) 4X + 7Y = 2800 (≤)

X	Y
0	400
700	0

(5) Y = 300 (≤)

Observar que se incluyan flechas sobre cada línea que representa una restricción, para facilitar la ubicación de la solución factible (figura 3.3.1).

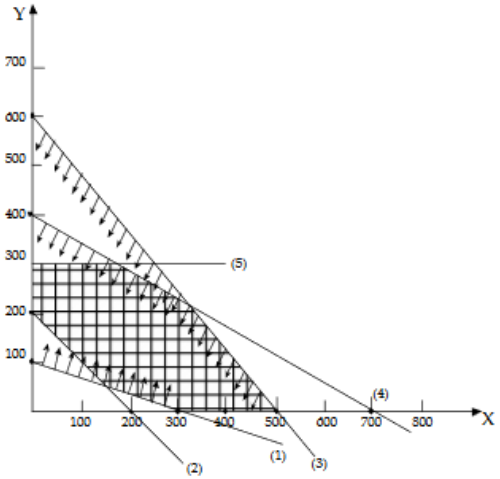


Figura 3.3.1 Restricciones (1), (2), (3), (4) y (5)

Paso e. Se sombrea la solución factible para proceder a ubicar el punto en el cual la solución es óptima (figura 3.3.1).

• Paso f. Se observa en la figura 3.3.1 que en el punto C la solución es óptima. Esto se comprueba trazando rectas paralelas a la función objetivo.

Mayo 2023 - CID - Centro de Investigación y Desarrollo
Copyright© - CID - Centro de Investigación y Desarrollo
Copyright del texto © 2023 de Autores
Formato: PDF
Tamaño: Sobre C5 162 x 229 mm
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acceso: World Wide Web
libros.ciencialatina.org
editorial@ciencialatina.org
Atención por WhatsApp al +52 22 2690 3834